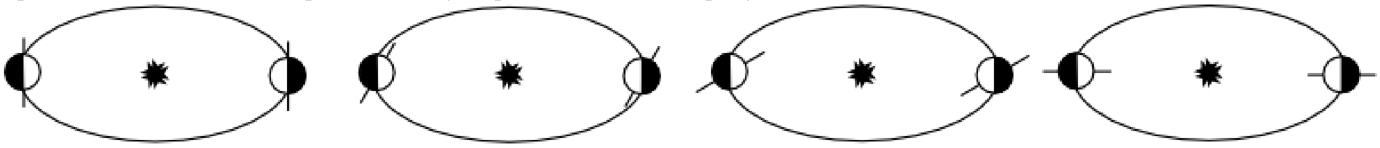
ПРИМЕРНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ ПО АСТРОНОМИИ

7-8 классы

1. Венера находится ближе к Солнцу, чем Земля, поэтому для земного наблюдателя она всегда располагается достаточно близко к Солнцу на небе. Так как Луна, по условию, находится в противоположном направлении, то это означает, что Солнце и Луна находятся примерно в противоположных направлениях от Земли и, следовательно, Луна в полнолунии.
2. Объем стакана составляет примерно 200 – 250 мл, что соответствует массе воды 200 – 250 гр. Таким образом, комета полностью испарится через $10^{13}/0{,}2 = 5*10^{13}$ с или 1,5 млн. лет.
3. Как известно, характер освещения Солнцем поверхности планеты зависит от наклона оси вращения планеты к ее орбите. Наглядная иллюстрация этого утверждения видна на рисунке.



а **б** **в** **г**

Если наклон оси вращения планеты к орбите равен 90° (рис. **а**), то каждые сутки на всей поверхности планеты ровно половину суток будет длиться ночь, половину - день. Можно сказать, что на такой планете будет вечное равноденствие. Полярного дня или полярной ночи (дня или ночи, продолжающихся непрерывно в течение одних или более суток) не будет на такой планете нигде, может быть за исключением самих полюсов. Соответственно, "Заполярья" на такой планете просто нет (его площадь равна нулю). Если угол наклона немного отличается от 90°, то "Заполярье" будет, но площадь его будет невелика. Таким образом вращаются Меркурий, Юпитер и Венера.

Если наклон оси вращения планеты к ее орбите не равен ни 90°, ни 0° (рис. **б** и **в**), то полярные дни и ночи возможны в приполярных областях, причем широты полярных кругов равны углу наклона оси к орбите (например, земная ось наклонена к орбите Земли на 66,5°, поэтому северный и южный полярные круги расположены на широтах 66,5 °с.ш. и 66,5° ю.ш., соответственно). Так что, чем меньше угол наклона оси к орбите, тем на более низких широтах располагаются полярные круги и тем больше площадь планеты, занятая "Заполярьем" (сравните рис. **б**, где ось планеты наклонена под углом 60° и рис. **в**, где под углом 30°). Оси вращения планет Земля, Марс, Сатурн и Нептун наклонены к их орбитам на угол около 60°.

И, наконец, если ось вращения планеты лежит в плоскости ее орбиты (угол наклона равен 0°, рис. **г**), то полярный день и полярная ночь будут охватывать (попеременно) всю поверхность планеты (ровно на половине планеты полярный день, на половине - полярная ночь), за исключением, может быть, экватора. Полярные круги сливаются и "Заполярьем" становится вся планета.

Таким образом, наибольшую площадь "Заполярье" имеет на планете, наклон оси вращения которой к ее орбите наименьший. В Солнечной системе такой планетой является Уран, ось вращения которого практически лежит в плоскости его орбиты (наклон около 8°). Только в узкой экваториальной области Урана регулярно (с периодичностью его вращения) восходит и заходит Солнце, а на всей остальная поверхность планеты бывают полярные дни и ночи различной длительности.

4. Измерим линейкой расстояние между центрами дисков Луны и сравним с диаметром Луны. Оно больше в 1,25 раза. Средний угловой диаметр Луны составляет 31′, значит, расстояние между двумя Лунами равно 39′. Один оборот небесной сферы совершается за 24 часа. Значит, на 39′ небесная сфера повернётся за 2,6 минуты.

Можно учесть, что Луна довольно быстро движется среди звёзд и из-за этого один оборот относительно наблюдателя (лунные сутки) совершает за 24 ч 50 м. Тогда скорость движения Луны составляет скоростью 14,5° за час. Значит, расстояние в 39' она преодолеет за 2,7 минуты.

Заметим, что фотография неперевёрнутая, то есть зенит находится сверху. Луна пересекает горизонт примерно под углом 45°, то есть наблюдения ведутся не в экваториальной области Земли. Ответ зависит от того, в каком полушарии ведутся наблюдения. В Северном полушарии из-за суточного движения Луна (как и Солнце) движется слева направо. В Южном, наоборот, справа налево. Соответственно, мы наблюдаем либо заход Луны в Северном полушарии, либо восход в Южном.

Можем ли мы определить полушарие? Да! На снимке видны очертания лунных морей, и видим, что Луна перевёрнута. То есть наблюдения ведутся из Южного полушария, а значит, мы наблюдаем восход.

ПРИМЕРНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ ПО АСТРОНОМИИ

9 класс

1. Известно, что угловой размер Солнца на небесной сфере составляет примерно 30’. Так как он достаточно мал, то линейные размеры деталей диска Солнца можно считать пропорциональными их угловым размерам. Поэтому размер протуберанца составляет примерно 1/30 диаметра Солнца, т.е. 1,4/30 млн. км примерно 50 тыс. км.

2. Для оценки среднего расстояния между звездами скопления можно сосчитать, какая часть объема скопления приходится на одну звезду, и извлечь из полученного числа кубический корень. Полный объем скопления $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{150}{2}\right)^3\approx 1{,}7\cdot 10^6\,\textit{св.лет}^3$. На одну звезду приходится $\frac{1{,}7\cdot 10^6}{10^5}=17\,\textit{св.лет}^3$. Следовательно, среднее расстояние между звездами в M13 составляет исходя из объема $\sqrt[3]{17}\approx 2{,}6\,\textit{св.лет}$.

3. Максимальная высота, на которой может кульминировать Вега, – это 90°, т. е. кульминация в зените. Звезда кульминирует в зените в том случае, если её склонение равно широте места наблюдения. Для Веги эта широта равна φ_{max} = 38° с. ш. Отправившись на север мы будем наблюдать верхнюю кульминацию Веги всё ниже, а нижнюю всё выше. На Северном полюсе они сравняются: Вега будет всё время двигаться на высоте 38°, и, строго говоря, понятие верхней и нижней кульминации там не определено. Если же мы отправились на юг, то наблюдали бы верхнюю кульминацию Веги к северу от зенита всё ниже, пока на 52° ю.ш. Вега не перестала бы восходить. Но, двигаясь под горизонтом, звезда продолжает кульминировать. На Южном полюсе Вега будет двигаться на одинаковой высоте −38°. Таким образом, самая низкая высота верхней кульминации Веги бесконечно мало отличается от −38°, а происходит это бесконечно близко к широте φ_{min} = 90° ю. ш.

4. Ловушка, пролетая сквозь облако, заметает часть этого облака в форме цилиндра. Объем этого цилиндра равен $V=\pi r^2 l$=1.2*10^{15} м^3. Здесь r — радиус ловушки, l — размер облака, т. е. длина пути корабля сквозь облако. Всего в одном кубическом сантиметре облака содержится 10^6 частиц, из них только 10^6 / 10^5 = 10 молекул воды. Значит в одном кубическом метре 10^7 молекул воды. При такой концентрации тонна воды содержится в объеме 3.3 • 10^{21} м^3. Т. е. при пролете через это облако (который будет продолжаться в течение 9.5 лет) собрать необходимую массу воды не удастся.

5. Сверхновые одинаковы, поэтому разница в видимых звездных величинах обусловлена только разным расстоянием до них. При этом вторая сверхновая слабее, следовательно, она находится дальше. Из определения видимой звездной величины известно, что освещенности, создаваемые объектами, звездные величины которых отличаются на единицу, различаются примерно в 2,5 раза (более точно в $\sqrt[5]{100}\approx 2{,}512...$). Таким образом, разница на две звездных величины означает разницу в освещенностях в $2{,}5^2$ раз. Однако освещенность, создаваемая точечным источником света, обратно пропорциональна квадрату расстояния до него. Следовательно, сверхновая во второй галактике (а с ней и сама галактика) находится от Земли в 2,5 раза дальше первой. Поскольку галактики одинаковы, то разность их звездных величин также определяется только разницей в расстояниях. При этом, поскольку вторая галактика находится в 2,5 раза дальше первой, ее звездная величина также на 2^m больше, чем у первой галактики.

6. Доля энергии Солнца, падающего на Землю, равна отношению площади освещенной части земной поверхности к площади сферы с радиусом r = 1 а.е. Так как это отношение достаточно мало, можно считать, что освещенная поверхность Земли представляет собой плоский диск с радиусом, равным земному. Таким образом, за 1 секунду на Землю падает $E = L\pi R^2_\oplus/4\pi r^2 = L/4\ R^2_\oplus\ r^2$ = 10^{26} $(6{,}4\cdot10^3/1{,}5\cdot10^8)^2\approx 1{,}8\cdot10^{17}$ Дж = $5\cdot10^{10}$ кВт·ч. В году примерно $3\cdot10^7$ секунд, поэтому годовая стоимость падающего на Землю излучения S составит S =$5\cdot10^{10}$*·$3\cdot10^7$*·3.4 ≈ $5\cdot10^{18}$ руб. Действительно астрономическая сумма!

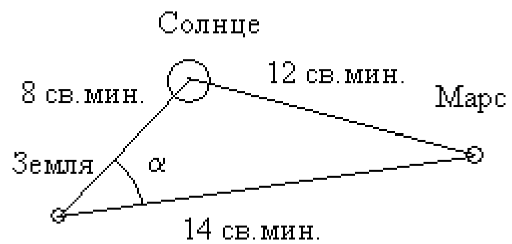
ПРИМЕРНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ ПО АСТРОНОМИИ

10 класс

1. Высота Полярной звезды почти точно соответствует текущей широте местности. Значит, корабль плывет на юг, и он проплыл 10º. Зная, что длина дуги меридиана в 1º составляет 111 км, получаем 1110 км. Это расстояние было пройдено за 24 часа, значит, скорость корабля составляет примерно 46 км/час.

2. Воспользуемся определением гелиостационарного спутника. Гелиостационарный спутник - это спутник, все время находящийся над какой-то одной точкой поверхности Солнца. Это возможно, если орбита спутника расположена над экватором Солнца, а период обращения совпадает с периодом вращения Солнца, причем направления движения спутника и вращения Солнца совпадают. Для решения задачи проще всего воспользоваться III законом Кеплера. Если период обращения планеты *P* (или любого другого спутника Солнца) выражен в годах, а большая полуось (в нашем случае просто радиус) орбиты *R* - в астрономических единицах (расстояниях от Земли до Солнца), то из третьего закона Кеплера $\frac{P^2}{T^2}=\frac{R^3}{a^3}$, *T*- период обращения Земли в годах, *a*- большая полуось Земли в а.е., то верно соотношение $\frac{P^2}{R^3}=1\frac{год^2}{а.е.^3}$. Для случая гелиостационарного спутника $P=30/365\,года$, поэтому $R=\sqrt[3]{P^2}=\sqrt[3]{\left(30/365\right)^2}=0{,}189\,а.е.$ Так как радиус Солнца намного меньше 1 а.е. (около $1/200$ а.е.), то высота орбиты спутника мало отличается от радиуса орбиты. Следовательно, ответ 0,189 а.е. или 30 млн.км. Задачу можно было решить и без использования III закона Кеплера. Центростремительное ускорение, с которым спутник движется по круговой орбите, равно $a=\frac{GM}{R^2}$ где *G* - гравитационная постоянная, *M* - масса Солнца. Тогда линейная скорость движения по орбите $v=\sqrt{aR}=\sqrt{\frac{GM}{R}}$ Длина орбиты равна $2\pi R$, поэтому период обращения $P=2\pi R/v$. Подставляя сюда предыдущую формулу и выражая радиус орбиты, получаем: $\frac{2\pi R}{P}=\sqrt{\frac{GM}{R}}\Rightarrow\frac{4\pi^2R^2}{P^2}=\frac{GM}{R}\Rightarrow R^3=\frac{GMP^2}{4\pi^2}\Rightarrow R=\sqrt[3]{\frac{GMP^2}{4\pi^2}}$. Подстановка численных значений $R=\sqrt[3]{\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\,м^2\cdot Н/кг^2\cdot 2\cdot10^{30}\,кг\cdot(30\cdot24\cdot3600\,с)^2}{4\cdot\pi^2}}=0{,}189\,а.е.$

3. Для решения будем использовать понятие «световая минута». Это расстояние, которое свет проходит за 1 минуту со скоростью света. Расстояние одна астрономическая единица – это 8 световых минут. Расстояние от Солнца до Марса составляет 1,52 а.е. – это 12 световых минут. По условию задачи в момент исследования, расстояние до Марса составляло 14 световых минут, так как сигнал идет от Земли до Марса. Следовательно, рассмотрим рисунок.



В треугольнике "Солнце-Земля-Марс" все три стороны нам известны. Искомое угловое расстояние - это угол треугольника α, который может быть получен из теоремы косинусов. Обозначим: Земля-Солнце=*a*, Солнце – Марс =*b*, Земля-Марс = *c*, тогда $b^2=a^2+c^2-2\cdot a\cdot c\cdot\cos\alpha$, отсюда следует $\cos\alpha=\frac{a^2+c^2-b^2}{2\cdot a\cdot c}$.

Подставим численные значения $\cos\alpha=\frac{8^2+14^2-12^2}{2\cdot8\cdot14}=0.5178$, для угла α соответствует 60 градусам.

4. Параллакс - угол, под которым из окрестности двойной звезды (расстояние до которой *d*) видна большая полуось орбиты Земли *a* вокруг Солнца: *π*”=*1/d(пк)*. Соответственно: *d=1/π”*~35 пк. Связь большой полуоси в линейной и угловой мере: *a”=a(а.е.)/d(пк),* отсюда *a*=22 а.е. Искомая суммарная масса двойной системы определяется через 3-й закон Кеплера: $M=a^3/T^2$= 2,95 масс Солнца.

5. Средняя скорость пешехода предположительно равна $v = 1.5$ м/с. Так как длина экватора астероида радиуса R равна $2\pi R$, это следует из условия задачи о шарообразности, то из этого следует, что радиус астероида $R = \frac{\upsilon T}{2\pi} = 1{,}3\,км.$ где T- время в секундах, за которое астероид был обойден. Радиус позволяет отыскать объем астероида. $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = 9{,}2\cdot 10^9\,м^3$ Однако нам известно лишь то, что плотность астероида меньше плотности Земли (т.е. меньше 5500 кг/м^3), и поэтому пока что мы можем получить лишь верхнюю оценку массы. Требуется как-то оценить плотность снизу. Астероид маленький и его масса явно невелика. Поэтому обход пешком такого астероида возможен только в том случае, если скорость пешехода не окажется большей, чем первая космическая скорость (иначе пешеход просто улетит). Отсюда следует, что:
$v \lesssim \sqrt{\frac{GM}{R}}$, где$M$- масса астероида, а G - гравитационная постоянная. Преобразуем неравенство: $\frac{2\pi R}{T} \lesssim \sqrt{\frac{GM}{R}}$
В подкоренном выражении умножим числитель и знаменатель на $\frac{4}{3}\pi$ и внесем в знаменатель *R*. Тогда получаем:
$\frac{2\pi}{T} \le \sqrt{\frac{GM}{R^3}} = \sqrt{\frac{\frac{4}{3}\pi GM}{\frac{4}{3}\pi R^3}} = \sqrt{\frac{\frac{4}{3}\pi GM}{V}} = \sqrt{\frac{4}{3}\pi G\rho}$ где ρ- средняя плотность астероида. Возводя неравенство в квадрат и преобразуя, получаем условие на плотность $\rho \ge \frac{3\pi}{GT^2} = 4840\,кг/м^3$. Получили ограничение сверху и снизу. Вычисляем массу для минимального и максимального значения плотности, получаем
$M_{\min} = \rho V = 4840\,кг/м^3 \cdot 9{,}2\cdot 10^9 = 4{,}45\cdot 10^{13}\,кг.$ $M_{\max} = \rho V = 5500\,кг/м^3 \cdot 9{,}2\cdot 10^9 = 5\cdot 10^{13}\,кг.$ Находим среднее значение. Отсюда ответ: масса астероида составляет $M = \left(\frac{(4{,}45+5)\cdot 10^{13}}{2} \pm 0{,}3\cdot 10^{13}\right)кг.$

6. Рассмотрим крайний случай в рамках первой гипотезы, когда весь видимый диск звезды закрыт пятном. Температура солнечных пятен $T_п$~4500К, температура Солнца T_c – порядка 6000К. Так как радиус звезды не меняется, то светимость звезды зависит только от температуры поверхности. Отношение блесков в максимуме и минимуме составит $L_{max}/L_{\min} = (T_c/T_п)^4$. Согласно второй гипотезе, температура, а, значит, и светимость единицы площади поверхности звезды остаются постоянными. Изменение блеска происходит только за счет изменения размеров звезды, т.е. $L_{max}/L_{\min} = (R_{max}/R_{min})^2$. Получаем $R_{max}/R_{min}=(T_c/T_п)^2=(6*10^3/4{,}5*10^3)^2 = 1{,}8$. Таким образом, максимально возможный радиус примерно на 80% больше минимального.

ПРИМЕРНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЙ ПО АСТРОНОМИИ

11 класс

1. Светимость Солнца растет со временем в геометрической прогрессии со знаменателем 1.1. Пусть $t_0 = 10^9$ лет. Тогда светимость Солнца зависит от времени как $L(t)=1.1^{t/t_0}L_0$ а за 5 миллиардов лет она возрастет до $L(t)=1.1^5L_0\approx 1.6\ L_0$. Границы зоны жизни определяются из величины эффективной температуры на поверхности планеты. Для того чтобы эта температура оставалась неизменной необходимо, чтобы освещенность планеты сохранялась. Поскольку освещенность $E= L/4\pi\ r^2=$const, то $r \sim L^{1/2}$, а новые границы будут от 1 а.е. до 1.4 а.е.

2. Простую, но достаточно точную оценку можно получить, если считать, что вся атмосфера Марса собрана в приповерхностном слое постоянной плотности, равной плотности у поверхности. Тогда давление можно вычислить по известной формуле $p = \rho g h$, где ρ – плотность атмосферы у поверхности Марса, g – ускорение свободного падения на поверхности, h – высота такой однородной атмосферы. Такая атмосфера получится достаточно тонкой, поэтому изменением g с высотой можно пренебречь. По той же причине массу атмосферы m можно представить, как $m = \rho \cdot 4\pi R^2 \cdot h$, где R – радиус планеты. Так как $g = \frac{GM}{R^2}$, где M – масса планеты, R – ее радиус, G – гравитационная постоянная, выражение для давления можно записать в виде $p = \frac{m}{4\pi R^2} \cdot \frac{GM}{R^2} = \frac{G}{4\pi} \cdot \frac{m \cdot M}{R^4}$. Отношение M/R^3 пропорционально плотности планеты ρ, поэтому давление на поверхности получается пропорциональным $m\rho/R$. Очевидно, что те же самые рассуждения можно применить и к Земле. Так как средние плотности Земли и Марса – двух планет земной группы – близки, зависимостью от средней плотности планеты можно пренебречь. Радиус Марса примерно в 2 раза меньше радиуса Земли, поэтому атмосферное давление на поверхности Марса можно оценить, как 1/150 земного, т.е. около 0,7 кПа (на самом деле оно составляет около 0,6 кПа).

3. Высота Полярной звезды почти точно соответствует текущей широте местности. Значит, корабль плывет на юг, и он проплыл 10º. Зная, что длина дуги меридиана в 1º составляет 111 км, получаем 1110 км. Это расстояние было пройдено за 24 часа, значит, скорость корабля составляет примерно 46 км/час.

4. Рассмотрим крайний случай в рамках первой гипотезы, когда весь видимый диск звезды закрыт пятном. Температура солнечных пятен T_n~4500К, температура Солнца T_c – порядка 6000К. Так как радиус звезды не меняется, то светимость звезды зависит только от температуры поверхности. Отношение блесков в максимуме и минимуме составит $L_{max}/L_{\min} = (T_c/T_n)^4$. Согласно второй гипотезе, температура, а, значит, и светимость единицы площади поверхности звезды остаются постоянными. Изменение блеска происходит только за счет изменения размеров звезды, т.е. $L_{max}/L_{\min} = (R_{max}/R_{min})^2$. Получаем $R_{max}/R_{min}=(T_c/T_n)^2= (6*10^3/4{,}5*10^3)^2 = 1{,}8$. Таким образом, максимально возможный радиус примерно на 80% больше минимального.

5. Для решения используем уравнение синодического движения. $\frac{1}{S} = \left|\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right|$, где S- синодический период, время между двумя последовательными, одноименными конфигурациями, T_1 и T_2 – сидерические периоды Земли и неизвестного объекта соответственно. Синодический период объекта, по условию, 3 года. Сидерический период обращения Земли вокруг Солнца — 1 год. Подставляем числа в уравнение: $\frac{1}{3} = \left|1 - \frac{1}{T_2}\right|$, решение данного уравнения даёт два возможных периода обращения объекта: 1.5 года и 3/4 года. Однако, использование формулы связи синодических и сидерических периодов в данном случае возможно, когда расстояние между орбитами для каждой их точки остается примерно постоянным (т.е. когда обе орбиты близки к круговым), но в условии задачи об этом ничего не говорится. Орбита Земли примерно круговая, но орбита объекта может быть любой. Поэтому у задачи есть еще один ответ - если некоторая точка орбиты объекта находится ближе всего к орбите Земли (что возможно в ситуации, когда орбита объекта сильно вытянута), то максимальное сближение может произойти только в ней и, следовательно, период обращения объекта вокруг Солнца составляет 3 года.

6. Время начала покрытия или "открытия" звезды определяется угловой скоростью Луны. Известно, что период обращения Луны примерно равен месяцу, оценим его как 30 суток. Определив суточное перемещение Луны по небесной сфере (360° за 30 суток), получим 12° в сутки. Тогда за 2 часа Луна перемещается на 1°, перемещение Луны на 1’ происходит за 2 минуты, на 1” - за 2 секунды, а на 0,001” - за 0,002 секунды. Для того чтобы измерить интервал времени между началом и концом пересечения диском звезды границы диска Луны, нужно использовать камеру, делающую как минимум 1/0,002 = 500 снимков в секунду. Следовательно, с подобным техническим оснащением эту задачу решить нельзя.