

10.1.

Уравнение $x^4 - 4x^3 + 12x^2 - 24x + 24 = 0$ преобразовать к виду $(x^2 - 2x)^2 + 8(x - 1,5)^2 + 6 = 0$, которое не имеет решений.

10.2.

1) $y = x + |x - 1|$, где $x \geq 0$. Т.е. $y = \begin{cases} 1, & \text{где } 0 \leq x < 1; \\ 2x - 1, & \text{где } x \geq 1 \end{cases}$

2) Выполнив симметрию полученного графика относительно оси Ох, получим искомое множество точек.

10.3.

Достаточно привести пример двух таких уравнений. Например,

уравнения $x^2 - 3x + 2 = 0$ и $2x^2 - 3x + 1 = 0$ имеют общий корень $x = 1$.

Комментарий. Можно указать общие свойства таких уравнений. Пусть $x = t$ - общий корень, то есть выполнены $at^2 + bt + c = 0$ и $ct^2 + bt + a = 0$. Тогда $-bt = at^2 + c = ct^2 + a$; $at^2 - ct^2 = a - c$; $(a - c)(t^2 - 1) = 0$.

Если $a \neq c$, то $t = \pm 1$. Вывод: если дана пара таких уравнений, для которых $a \neq c$, то общий корень равен 1 или -1 . Тогда коэффициенты удовлетворяют соотношению $a \pm b + c = 0$. Нетрудно подобрать такую тройку, в которой $a \neq c$.

10.4.

Обозначим длины сторон большого и малого квадратов через $2x$ и $2y$ соответственно, радиус окружности – через R . Тогда расстояния от центра окружности до вершин вписанных квадратов, лежащих на окружности дают выражения $(2x - h)^2 + x^2 = R^2$, $(2y + h)^2 + y^2 = R^2$. Отсюда получим $x - y = (4/5)h$. Тогда, разность длин сторон квадратов будет равна $(8/5)h$.

10.5. Ответ: 8 способов.

Из пункта а) следует, что раскраска всех точек с целыми координатами однозначно определяется раскраской точек, соответствующих числам $0; 1; \dots; 6$. Т.к. $0=14-2 \cdot 7$, то точка с координатой 0 должна быть покрашена так же, как точка с координатой 14, т.е. красным. Аналогично, т.к. $1=71-7 \cdot 10$, то точка с координатой 1 должна быть покрашена синим; т.к. $3=143-20 \cdot 7$, то точка с координатой 3 – синим; т.к. $6=20-2 \cdot 7$, то точка с координатой 6 – красным. Поэтому остается только посчитать, сколькими различными способами можно раскрасить точки с координатами 2; 4; 5. Т.к. каждую точку можно раскрасить двумя способами – красным или синим – то всего способов $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$.

Примечание. При подсчете числа способов раскрашивания точек с координатами 2; 4; 5 можно просто перечислить все способы (например, в виде таблицы).