

Ключи 8 класс.

8.1. Припишите к числу 30310124 слева и справа одну и ту же цифру так, чтобы полученное десятизначное число делилось на 12.

Решение. Для того, чтобы число делилось на 12, надо, чтобы оно делилось на 4 и на 3. Число делится на 4, если на 4 делится число, записанное двумя последними цифрами исходного числа. Среди чисел вида $4*$ только три числа делятся на 4: 40, 44, 48. Первое из них не подходит, так как в этом случае в старшем разряде будет 0. Таким образом, получим два числа 4303101244 и 8303101248. Проверим их делимость на 3: $4 + 3 + 0 + 3 + 1 + 0 + 1 + 2 + 4 + 4 = 22$ не делится на 3, $8 + 3 + 0 + 3 + 1 + 0 + 1 + 2 + 4 + 8 = 30$:3.

Ответ. 8303101248.

8.2. Замените в выражении $(x^3 - 2)^2 + (x^2 + *)^2$ звездочку (*) на одночлен так, чтобы после возведения в квадрат и приведения подобных слагаемых получилось четыре слагаемых.

Решение. $(x^3 - 2)^2 + (x^2 + x^2)^2 = x^6 - 4x^3 + 4 + x^4 + 2x^4 + x^4 = x^6 - 4x^3 + 4 + 4x^4 = x^6 + 4x^4 - 4x^3 + 4$.

Ответ: $(x^3 - 2)^2 + (x^2 + x^2)^2$.

8.3. У Васи в кошельке лежало немного денег. Вася положил в кошелек еще 49 рублей, и сумма денег в кошельке увеличилась в 99 раз. Сколь денег стало у Васи в кошельке?

Решение. Пусть вначале у Васи было x рублей. Из условия задачи получаем, что $x + 49 = 99x$. Решая это уравнение, получаем $x = 0,5$ рубля = 50 копеек.

Ответ: 50 копеек.

8.4. Дана функция $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$. Преобразуйте дробь и постройте график функции.

Решение. Прямая $f(x) = x + 1$ с выколотой точкой $A(1; 2)$.

8.5. В прямоугольном треугольнике биссектриса острого угла равна одному из двух отрезков, на которые она разделила противоположную сторону. Докажите, что она вдвое длиннее второго из этих отрезков.

Доказательство. Биссектриса образует равнобедренный треугольник (первый отрезок, гипотенуза и биссектриса), значит, три угла в сумме составляют 90° , то есть $3x = 90^\circ$, $x = 30^\circ$. В прямоугольном треугольнике против угла в 30° лежит катет (второй отрезок), равный половине гипотенузы (биссектрисы). Итак, биссектриса вдвое длиннее второго из этих отрезков.