

8 класс. Ответы и решения.

1. Постройте график функции : $y = \frac{x^2 - 6x + 9}{3 - x} + x$

Решение:

График-прямая $y=3$, с выколотой точкой (3;3)

2. Что больше: $\frac{10^{10}+1}{10^{11}+1}$ или $\frac{10^{11}+1}{10^{12}+1}$?

Решение:

1 способ: сделать замену $10^{10}=a$ и сравнить алгебраические

дроби $\frac{a+1}{10a+1}$ и $\frac{10a+1}{100a+1}$, приведя их к общему знаменателю.

Получим,

$$\frac{a+1}{10a+1} = \frac{100a^2 + 101a + 1}{(10a+1)(100a+1)}$$

$$\frac{10a+1}{100a+1} = \frac{100a^2 + 20a + 1}{(10a+1)(100a+1)}$$

Т.к. $101a > 20a$, то числитель первой дроби больше, а знаменатели у

них равны, следовательно $\frac{a+1}{10a+1} > \frac{10a+1}{100a+1}$, т.е. $\frac{10^{10}+1}{10^{11}+1} > \frac{10^{11}+1}{10^{12}+1}$

2 способ: вычтем из обеих дробей 0,1, получим две дроби с равным знаменателем, которые можно сравнить устно:

$$\frac{10^{10}+1}{10^{11}+1} - \frac{1}{10} = \frac{9}{10^{12}+10}$$
$$\frac{10^{11}+1}{10^{12}+1} - \frac{1}{10} = \frac{9}{10^{13}+10}$$

3. Дан угол в 34° . Можно ли с помощью циркуля и линейки построить угол в 12° ? Если –да, то обосновать; если нет то –почему?

Решение:

один из вариантов решения. Построить с помощью циркуля и линейки угол 90° , затем от одной из его сторон три раза отложить угол 34° .

$$12 = 34 \cdot 3 - 90$$

4. Выясните делится ли на 3 число $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2003} + 2^{2004}$?

Решение:

$$\begin{aligned} &1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2003} + 2^{2004} \\ &= (1 + 2) + 2^2(1 + 2) + \dots + 2^{2002}(1 + 2) + 2004 \\ &= 3(1 + 2^2 + \dots + 2^{2002}) + 2004 \end{aligned}$$

В данной сумме первое слагаемое делится на 3, а второе не делится на

3. Поэтому сумма не делится на 3.

5. Пете в 1987 году было столько лет, какова сумма цифр его года рождения. В каком году он родился?

Решение:

Пусть Петя родился в $\overline{19xy}$ году. Тогда в 1987г. ему было $1987 - \overline{19xy}$, или $(1+9+x+y)$ лет. Имеем уравнение $87 - (10x + y) = 10 + x + y$, или $77 - 11x = 2y$, откуда $y = \frac{77-11x}{2} = 38 - \frac{11x-1}{2}$. Учитывая, что x и y – цифры, подбором находим $x=7, y=0$.

Ответ: 1970