

**Критерии оценивания заданий с развернутым ответом**

**При выполнении заданий 17 – 21 используйте отдельный подписанный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.**

**17** Разложите на множители

$$xy^2 - y + y^2 - xy.$$

//Ответ:  $y(x+1)(y-1)$ .

//Решение.  $xy^2 - y + y^2 - xy = y^2(x+1) - y(x+1) = y(x+1)(y-1)$ .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно и до конца (получено три множителя) выполнено разложение на множители.
1	Ход решения верный, не содержит ошибок, но разложение на множители не доведено до конца (выражение представлено в виде произведения двух множителей).
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибка в знаках при группировке слагаемых считается существенной, при ее наличии решение не засчитывается.

**18** Найдите область определения выражения

$$\frac{\sqrt{35+3x-2x^2}}{x^2-16}.$$

//Ответ:  $[-3, 5; 4) \cup (4; 5]$ .

//Решение. Область определения выражения задается условиями:

$$\begin{cases} 35+3x-2x^2 \geq 0 \\ x^2-16 \neq 0. \end{cases}$$

Решим неравенство:  $35+3x-2x^2 \geq 0$ ;  $3x^2-8x+4 \leq 0$ ;  $x_1 = -3, 5$ ,  $x_2 = 5$ ;

$x \in [-3, 5; 5]$

Из условия  $x^2 - 16 \neq 0$  имеем  $x \neq \pm 4$ .

Отсюда:  $x \in [-3, 5; 4) \cup (4; 5]$ .

Замечание. Ответ может быть представлен в форме:  
 $-3, 5 \leq x < 4$ ,  $4 < x \leq 5$ .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Учтены оба условия, задающие область определения данного выражения, все выкладки выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена ошибка в символической записи ответа; или допущена описка или ошибка вычислительного характера (например, при вычислении корней квадратного трехчлена), и с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно; или при нахождении области определения квадратного корня рассмотрено строгое неравенство, с учетом этого все дальнейшие шаги выполнены верно.
1	Верно найдены промежутки, являющийся областью определения квадратного корня, и нули знаменателя, однако эти два результата не соединены в один.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибки в алгоритме решения квадратного неравенства, в применении формулы корней квадратного уравнения считаются существенными, и решение при их наличии не засчитывается.

**19** Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 120, которые не делятся на 3.

//Ответ: 4800.

//Решение. Пусть  $S$  — искомая сумма;  $S = S_1 - S_2$ , где  $S_1$  — сумма всех натуральных чисел, не превосходящих 120,  $S_2$  — сумма всех натуральных чисел, кратных 3 и не превосходящих 120.

$$\text{Найдем } S_1: S_1 = \frac{1+120}{2} \cdot 120 = 121 \cdot 60.$$

В последовательности  $(a_n)$  чисел, кратных 3 и не превосходящих 120,  $a_1 = 3$ ,  $a_n = 120$ . Найдем число членов этой последовательности. Так как она задается формулой  $a_n = 3n$ , то  $3n = 120$ ,  $n = 40$ .

Теперь найдем  $S_2: S_2 = \frac{3+120}{2} \cdot 40 = 123 \cdot 20$ .

Получим:  $S = S_1 - S_2 = 121 \cdot 60 - 123 \cdot 20 = 20(363 - 123) = 4800$ .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Найден правильный ход решения, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена одна описка или не принципиальная ошибка вычислительного характера (например, при вычислении $S_1$ или $S_2$ ), с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно.
1	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена ошибка, свидетельствующая о непонимании некоторых содержательных аспектов задания (например, неправильно найдено количество чисел, кратных 3; или суммировались числа, строго меньшие 120, а не меньшие либо равные 120).
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

**20** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (2x-1)(y-2) = 0 \\ 2x^2 + y + 3x = 1. \end{cases}$$

//Ответ:  $(-1; 2)$ ,  $(-0, 5; 2)$ ,  $(0, 5; -1)$ . Другие возможные формы записи

ответа:  $x_1 = -1, y_1 = 2$ ;  $x_2 = -0, 5, y_2 = 2$ ;  $x_3 = 0, 5, y_3 = -1$ ; или  $\begin{cases} x_1 = -1 \\ y_1 = 2, \end{cases}$

$$\begin{cases} x_2 = -0, 5 \\ y_2 = 2, \end{cases} \begin{cases} x_3 = 0, 5 \\ y_3 = -1. \end{cases}$$

//Решение.  $\begin{cases} (2x-1)(y-2) = 0 \\ 2x^2 + y + 3x = 1. \end{cases}$  На основании условия равенства произведения нулю получим:

$$\begin{cases} 2x-1 = 0 \\ 2x^2 + y + 3x = 1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y-2 = 0 \\ 2x^2 + y + 3x = 1. \end{cases}$$

Решим первую систему. Из первого уравнения имеем:  $x = 0, 5$ ;

подставив это значение  $x$  во второе уравнение, получим:

$y = 1 - 3x - 2x^2$ ,  $y = -1$ . Получили первое решение системы уравнений:  $(0, 5; -1)$ .

Решим вторую систему. Из первого уравнения имеем:  $y = 2$ ;

подставив это значение  $y$  во второе уравнение, получим уравнение  $2x^2 + 3x + 1 = 0$ . Его корни:  $x_1 = -1$ ,  $x_2 = -0, 5$ . Получим два решения системы уравнений:  $(-1; 2)$ ,  $(-0, 5; 2)$ .

Таким образом, система имеет три решения:  $(-1; 2)$ ,  $(-0, 5; 2)$ ,  $(0, 5; -1)$ .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно выполнен переход от данной системы к равносильной ей дизъюнкции (совокупности) двух систем, все дальнейшие шаги выполнены верно, получен верный ответ.
3	Ход решения правильный, решение доведено до конца, найденные значения переменных правильно объединены в пары, но допущена одна не принципиальная вычислительная ошибка (например, при нахождении корней квадратного уравнения) или описка, с ее учетом все дальнейшие шаги выполнены верно; или допущены погрешности логического характера в употреблении символики (если она применяется).
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущены два из указанных выше недочета.
1	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущены ошибки при объединении найденных значений переменных в пары.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Неверное объединение найденных значений переменных в пары считается существенным недостатком, и при его наличии не может быть выставлено более одного балла; если этот недостаток сопровождается каким-либо еще, то решение не засчитывается.

Если имеется более двух вычислительных ошибок или решение не доведено до конца, то оно не засчитывается.

**21** Найдите все значения  $k$ , при которых прямая  $y = kx$  пересекает в трех различных точках график функции

$$y = \begin{cases} 3x + 8, & \text{если } x < -2 \\ 2, & \text{если } -2 \leq x \leq 2 \\ 3x - 4, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

//Ответ:  $1 < k < 3$ . Другие возможные формы ответа:  $k \in (1; 3)$  или  $(1; 3)$ .

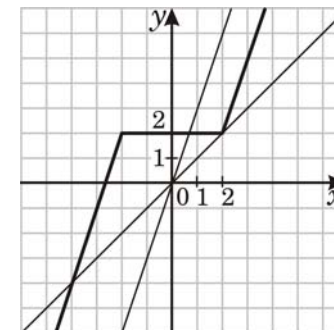
//Решение. Построим ломаную, заданную условиями:

$$y = \begin{cases} 3x + 8, & \text{если } x < -2 \\ 2, & \text{если } -2 \leq x \leq 2 \\ 3x - 4, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

Прямая  $y = kx$  пересекает в трех различных точках эту ломаную, если ее угловой коэффициент больше углового коэффициента прямой, проходящей через точку  $(2; 2)$ , и меньше углового коэффициента прямой, параллельной прямой  $y = 3x + 8$  и  $y = 3x - 4$ .

Найдем угловой коэффициент прямой, проходящей через точку  $(2; 2)$ :  $2 = 2k$ ,  $k = 1$ . Угловой коэффициент  $k$  прямой, параллельной прямой  $y = 3x + 8$ , равен 3.

Прямая  $y = kx$  имеет с ломаной три общие точки при  $1 < k < 3$ .



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно построена ломаная, верно найдено множество значений коэффициента $k$ .
3	Правильно построена ломаная, решение доведено до конца, но вместо строгого неравенства при записи множества значений $k$ записано нестрогое неравенство.
2	Правильно построена ломаная, получено одно из неравенств ( $k > 1$ или $k < 3$ ), но вторая граница значений $k$ не указана.
1	Идея решения присутствует, но оно не доведено до конца: а именно, построена ломаная и проведены две граничные прямые или какая-нибудь прямая, пересекающая ломаную в трех точках, дальнейшие шаги отсутствуют.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Если график построен неправильно, или график построен правильно, но дальнейшие шаги отсутствуют, то решение не засчитывается.