

Критерии оценивания заданий с развернутым ответом

При выполнении заданий 17 – 21 используйте отдельный подписанный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

17 Разложите на множители

$$a^2c - a + a^2 - ac.$$

//**Ответ:** $a(a-1)(c+1)$.

//**Решение.** $a^2c - a + a^2 - ac = a^2(c+1) - a(c+1) = a(a-1)(c+1)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно и до конца (получено три множителя) выполнено разложение на множители.
1	Ход решения верный, не содержит ошибок, но разложение на множители не доведено до конца (выражение представлено в виде произведения двух множителей).
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибка в знаках при группировке слагаемых считается существенной, при ее наличии решение не засчитывается.

18 Найдите область определения выражения

$$\frac{\sqrt{20-3x-2x^2}}{x^2-9}.$$

//**Ответ:** $[-4; -3) \cup (-3; 2, 5]$.

//**Решение.** Область определения выражения задается условиями

$$\begin{cases} 20 - 3x - 2x^2 \geq 0 \\ x^2 - 9 \neq 0 \end{cases}.$$

Решив каждое из неравенств, получим:

$$1) 20 - 3x - 2x^2 \geq 0; 2x^2 + 3x - 20 \leq 0; x_1 = -4, x_2 = 2,5; x \in [-4; 2, 5];$$

$$2) x^2 - 9 \neq 0; x \neq \pm 3.$$

Отсюда: $x \in [-4; -3) \cup (-3; 2, 5]$.

Замечание. Ответ может быть представлен в форме:
 $-4 \leq x < -3, -3 < x \leq 2, 5$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Учтены оба условия, задающие область определения данного выражения, все выкладки выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена ошибка в символической записи ответа; или допущена описка или ошибка вычислительного характера (например, при вычислении корней квадратного трехчлена), и с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно; или при нахождении области определения квадратного корня рассмотрено строгое неравенство, с учетом этого все дальнейшие шаги выполнены верно.
1	Верно найдены промежутки, являющийся областью определения квадратного корня, и нули знаменателя, однако эти два результата не соединены в один.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибки в алгоритме решения квадратного неравенства, в применении формулы корней квадратного уравнения считаются существенными, и решение при их наличии не засчитывается.

19 Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 125, которые не делятся на 5.

//Ответ: 6250.

//Решение. Пусть S — искомая сумма; $S = S_1 - S_2$, где S_1 — сумма всех натуральных чисел, не превосходящих 125, S_2 — сумма всех натуральных чисел, кратных 5 и не превосходящих 125.

$$\text{Найдем } S_1: S_1 = \frac{1+125}{2} \cdot 125 = 63 \cdot 125.$$

В последовательности (a_n) чисел, кратных 5 и не превосходящих 125, $a_1 = 5, a_n = 125$. Найдем число членов этой последовательности. Так как она задается формулой $a_n = 5n$, то $5n = 125, n = 25$.

$$\text{Теперь найдем } S_2: S_2 = \frac{5+125}{2} \cdot 25 = 65 \cdot 25.$$

$$\text{Получим: } S = S_1 - S_2 = 63 \cdot 125 - 65 \cdot 25 = 25(315 - 65) = 6250.$$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Найден правильный ход решения, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена одна описка или не принципиальная ошибка вычислительного характера (например, при вычислении S_1 или S_2), с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно.
1	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена ошибка, свидетельствующая о непонимании некоторых содержательных аспектов задания (например, неправильно найдено количество чисел, кратных 5; или суммировались числа, строго меньшие 125, а не меньшие либо равные 125).
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

20 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2y^2 - 3y - x = 3 \\ (x+1)(2y-1) = 0. \end{cases}$$

//Ответ: $(-1; 2), (-1; -0,5), (-4; 0,5)$. Другие возможные формы записи

ответа: $x_1 = -1, y_1 = 2; x_2 = -1, y_2 = -0,5; x_3 = -4, y_3 = 0,5$; или $\begin{cases} x_1 = -1 \\ y_1 = 2, \end{cases}$

$$\begin{cases} x_2 = -1 \\ y_2 = -0,5, \end{cases} \quad \begin{cases} x_3 = -4 \\ y_3 = 0,5. \end{cases}$$

//Решение. $\begin{cases} 2y^2 - 3y - x = 3 \\ (x+1)(2y-1) = 0. \end{cases}$ На основании условия равенства произведения нулю получим:

$$\begin{cases} x+1=0 \\ 2y^2-3y-x=3 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} 2y-1=0 \\ 2y^2-3y-x=3. \end{cases}$$

Решим первую систему. Из первого уравнения имеем: $x = -1$; подставив это значение x во второе уравнение, получим уравнение $2y^2 - y - 2 = 0$. Его корни: $y_1 = 2, y_2 = -0,5$. Получили два решения системы уравнений: $(-1; 2)$ и $(-1; -0,5)$.

Решим вторую систему. Из первого уравнения имеем: $y = 0,5$; подставив это значение y во второе уравнение, получим: $-1 - x = 3, x = -4$. Получили еще одно решение системы уравнений: $(-4; 0,5)$.

Таким образом, система имеет три решения: $(-1; 2), (-1; -0,5), (-4; 0,5)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно выполнен переход от данной системы к равносильной ей дизъюнкции (совокупности) двух систем, все дальнейшие шаги выполнены верно, получен верный ответ.
3	Ход решения правильный, решение доведено до конца, найденные значения переменных правильно объединены в пары, но допущена одна не принципиальная вычислительная ошибка (например, при нахождении корней квадратного уравнения) или описка, с ее учетом все дальнейшие шаги выполнены верно; или допущены погрешности логического характера в употреблении символики (если она применяется).
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущены два из указанных выше недочета.
1	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущены ошибки при объединении найденных значений переменных в пары.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Неверное объединение найденных значений переменных в пары считается существенным недостатком, и при его наличии не может быть выставлено более одного балла; если этот недостаток сопровождается каким-либо еще, то решение не засчитывается.

Если имеется более двух вычислительных ошибок или решение не доведено до конца, то оно не засчитывается.

21 Найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ пересекает в трех различных точках график функции

$$y = \begin{cases} 3x + 4, & \text{если } x < -2 \\ -2, & \text{если } -2 \leq x \leq 2 \\ 3x - 8, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

//**Ответ:** $1 < k < 3$. Другие возможные формы ответа: $k \in (1; 3)$; или $(1; 3)$.

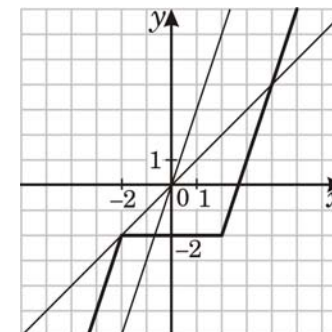
//Решение. Построим ломаную, заданную условиями:

$$y = \begin{cases} 3x + 4, & \text{если } x < -2 \\ -2, & \text{если } -2 \leq x \leq 2 \\ 3x - 8, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

Прямая $y = kx$ пересекает в трех различных точках эту ломаную, если ее угловой коэффициент больше углового коэффициента прямой, проходящей через точку $(-2; -2)$, и меньше углового коэффициента прямой, параллельной прямым $y = 3x + 4$ и $y = 3x - 8$.

Найдем угловой коэффициент прямой, проходящей через точку $(-2; -2)$: $-2 = -2k$, $k = 1$. Угловой коэффициент k прямой, параллельной прямой $y = 3x - 8$, равен 3. Прямая $y = kx$

имеет с ломаной три общие точки при $1 < k < 3$.



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно построена ломаная, верно найдено множество значений коэффициента k .
3	Правильно построена ломаная, решение доведено до конца, но вместо строгого неравенства при записи множества значений k записано нестрогое неравенство.
2	Правильно построена ломаная, получено одно из неравенств ($k > 1$ или $k < 3$), но вторая граница значений k не указана.
1	Идея решения присутствует, но оно не доведено до конца: а именно, построена ломаная и проведены две граничные прямые или какая-нибудь прямая, пересекающая ломаную в трех точках, дальнейшие шаги отсутствуют.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Если график построен неправильно, или график построен правильно, но дальнейшие шаги отсутствуют, то решение не засчитывается.