

**Критерии оценивания заданий с развернутым ответом**

**При выполнении заданий 17 – 21 используйте отдельный подписанный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.**

**17** Разложите на множители

$$a^2c - a + a^2 - ac.$$

//Ответ:  $a(a-1)(c+1)$ .

//Решение.  $a^2c - a + a^2 - ac = a^2(c+1) - a(c+1) = a(a-1)(c+1)$ .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно и до конца (получено три множителя) выполнено разложение на множители.
1	Ход решения верный, не содержит ошибок, но разложение на множители не доведено до конца (выражение представлено в виде произведения двух множителей).
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибка в знаках при группировке слагаемых считается существенной, при ее наличии решение не засчитывается.

**18** Найдите область определения выражения

$$\frac{\sqrt{20-3x-2x^2}}{x^2-9}.$$

//Ответ:  $[-4; -3) \cup (-3; 2, 5]$ .

//Решение. Область определения выражения задается условиями

$$\begin{cases} 20 - 3x - 2x^2 \geq 0 \\ x^2 - 9 \neq 0 \end{cases}.$$

Решив каждое из неравенств, получим:

$$1) 20 - 3x - 2x^2 \geq 0; 2x^2 + 3x - 20 \leq 0; x_1 = -4, x_2 = 2,5; x \in [-4; 2, 5];$$

$$2) x^2 - 9 \neq 0; x \neq \pm 3.$$

Отсюда:  $x \in [-4; -3) \cup (-3; 2, 5]$ .

Замечание. Ответ может быть представлен в форме:  
 $-4 \leq x < -3, -3 < x \leq 2, 5$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Учтены оба условия, задающие область определения данного выражения, все выкладки выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена ошибка в символической записи ответа; или допущена описка или ошибка вычислительного характера (например, при вычислении корней квадратного трехчлена), и с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно; или при нахождении области определения квадратного корня рассмотрено строгое неравенство, с учетом этого все дальнейшие шаги выполнены верно.
1	Верно найдены промежутки, являющийся областью определения квадратного корня, и нули знаменателя, однако эти два результата не соединены в один.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибки в алгоритме решения квадратного неравенства, в применении формулы корней квадратного уравнения считаются существенными, и решение при их наличии не засчитывается.

**19** Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 125, которые не делятся на 5.

//Ответ: 6250.

//Решение. Пусть  $S$  — искомая сумма;  $S = S_1 - S_2$ , где  $S_1$  — сумма всех натуральных чисел, не превосходящих 125,  $S_2$  — сумма всех натуральных чисел, кратных 5 и не превосходящих 125.

$$\text{Найдем } S_1: S_1 = \frac{1+125}{2} \cdot 125 = 63 \cdot 125.$$

В последовательности  $(a_n)$  чисел, кратных 5 и не превосходящих 125,  $a_1 = 5$ ,  $a_n = 125$ . Найдем число членов этой последовательности. Так как она задается формулой  $a_n = 5n$ , то  $5n = 125$ ,  $n = 25$ .

Теперь найдем  $S_2: S_2 = \frac{5+125}{2} \cdot 25 = 65 \cdot 25$ .

Получим:  $S = S_1 - S_2 = 63 \cdot 125 - 65 \cdot 25 = 25(315 - 65) = 6250$ .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Найден правильный ход решения, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена одна описка или не принципиальная ошибка вычислительного характера (например, при вычислении $S_1$ или $S_2$ ), с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно.
1	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена ошибка, свидетельствующая о непонимании некоторых содержательных аспектов задания (например, неправильно найдено количество чисел, кратных 5; или суммировались числа, строго меньшие 125, а не меньшие либо равные 125).
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

**20** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2y^2 - 3y - x = 3 \\ (x+1)(2y-1) = 0. \end{cases}$$

//Ответ:  $(-1; 2)$ ,  $(-1; -0, 5)$ ,  $(-4; 0, 5)$ . Другие возможные формы записи

ответа:  $x_1 = -1, y_1 = 2$ ;  $x_2 = -1, y_2 = -0, 5$ ;  $x_3 = -4, y_3 = 0, 5$ ; или  $\begin{cases} x_1 = -1 \\ y_1 = 2, \end{cases}$

$$\begin{cases} x_2 = -1 \\ y_2 = -0, 5, \end{cases} \quad \begin{cases} x_3 = -4 \\ y_3 = 0, 5. \end{cases}$$

//Решение.  $\begin{cases} 2y^2 - 3y - x = 3 \\ (x+1)(2y-1) = 0. \end{cases}$  На основании условия равенства произведения нулю получим:

$$\begin{cases} x+1=0 \\ 2y^2-3y-x=3 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} 2y-1=0 \\ 2y^2-3y-x=3. \end{cases}$$

Решим первую систему. Из первого уравнения имеем:  $x = -1$ ; подставив это значение  $x$  во второе уравнение, получим уравнение  $2y^2 - y - 2 = 0$ . Его корни:  $y_1 = 2$ ,  $y_2 = -0, 5$ . Получили два решения системы уравнений:  $(-1; 2)$  и  $(-1; -0, 5)$ .

Решим вторую систему. Из первого уравнения имеем:  $y = 0, 5$ ; подставив это значение  $y$  во второе уравнение, получим:  $-1 - x = 3$ ,  $x = -4$ . Получили еще одно решение системы уравнений:  $(-4; 0, 5)$ .

Таким образом, система имеет три решения:  $(-1; 2)$ ,  $(-1; -0, 5)$ ,  $(-4; 0, 5)$ .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно выполнен переход от данной системы к равносильной ей дизъюнкции (совокупности) двух систем, все дальнейшие шаги выполнены верно, получен верный ответ.
3	Ход решения правильный, решение доведено до конца, найденные значения переменных правильно объединены в пары, но допущена одна не принципиальная вычислительная ошибка (например, при нахождении корней квадратного уравнения) или описка, с ее учетом все дальнейшие шаги выполнены верно; или допущены погрешности логического характера в употреблении символики (если она применяется).
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущены два из указанных выше недочета.
1	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущены ошибки при объединении найденных значений переменных в пары.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

**Комментарий.** Неверное объединение найденных значений переменных в пары считается существенным недостатком, и при его наличии не может быть выставлено более одного балла; если этот недостаток сопровождается каким-либо еще, то решение не засчитывается.

Если имеется более двух вычислительных ошибок или решение не доведено до конца, то оно не засчитывается.

**21** Найдите все значения  $k$ , при которых прямая  $y = kx$  пересекает в трех различных точках график функции

$$y = \begin{cases} 3x + 4, & \text{если } x < -2 \\ -2, & \text{если } -2 \leq x \leq 2 \\ 3x - 8, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

//**Ответ:**  $1 < k < 3$ . Другие возможные формы ответа:  $k \in (1; 3)$ ; или  $(1; 3)$ .

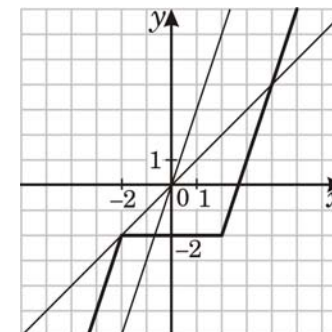
//Решение. Построим ломаную, заданную условиями:

$$y = \begin{cases} 3x + 4, & \text{если } x < -2 \\ -2, & \text{если } -2 \leq x \leq 2 \\ 3x - 8, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

Прямая  $y = kx$  пересекает в трех различных точках эту ломаную, если ее угловой коэффициент больше углового коэффициента прямой, проходящей через точку  $(-2; -2)$ , и меньше углового коэффициента прямой, параллельной прямым  $y = 3x + 4$  и  $y = 3x - 8$ .

Найдем угловой коэффициент прямой, проходящей через точку  $(-2; -2)$ :  $-2 = -2k$ ,  $k = 1$ . Угловой коэффициент  $k$  прямой, параллельной прямой  $y = 3x - 8$ , равен 3. Прямая  $y = kx$

имеет с ломаной три общие точки при  $1 < k < 3$ .



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно построена ломаная, верно найдено множество значений коэффициента $k$ .
3	Правильно построена ломаная, решение доведено до конца, но вместо строгого неравенства при записи множества значений $k$ записано нестрогое неравенство.
2	Правильно построена ломаная, получено одно из неравенств ( $k > 1$ или $k > 3$ ), но вторая граница значений $k$ не указана.
1	Идея решения присутствует, но оно не доведено до конца: а именно, построена ломаная и проведены две граничные прямые или какая-нибудь прямая, пересекающая ломаную в трех точках, дальнейшие шаги отсутствуют.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

**Комментарий.** Если график построен неправильно, или график построен правильно, но дальнейшие шаги отсутствуют, то решение не засчитывается.