

Критерии оценивания заданий с развернутым ответом

При выполнении заданий 17 – 21 используйте отдельный подписанный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

17 Разложите на множители

$$ac^2 - c^2 - ac + c.$$

//Ответ: $c(a-1)(c-1)$.

//Решение.

$$ac^2 - c^2 - ac + c = c^2(a-1) - c(a-1) = (a-1)(c^2 - c) = c(a-1)(c-1).$$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно и до конца (получено три множителя) выполнено разложение на множители.
1	Ход решения верный, не содержит ошибок, но разложение на множители не доведено до конца (выражение представлено в виде произведения двух множителей).
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибка в знаках при группировке слагаемых считается существенной, при ее наличии решение не засчитывается.

18 Найдите область определения выражения

$$\frac{\sqrt{-4+8x-3x^2}}{x^2-1}.$$

//Ответ: $\left[\frac{2}{3}; 1\right) \cup (1; 2]$.

//Решение. Область определения выражения задается условиями

$$\begin{cases} -4+8x-3x^2 \geq 0 \\ x^2-1 \neq 0. \end{cases}$$

Решим неравенство: $-4+8x-3x^2 \geq 0$; $3x^2-8x+4 \leq 0$; $x_1 = \frac{2}{3}$, $x_2 = 2$;
 $x \in \left[\frac{2}{3}; 2\right]$

Из условия $x^2-1 \neq 0$ имеем $x \neq \pm 1$.

Отсюда: $x \in \left[\frac{2}{3}; 1\right) \cup (1; 2]$.

Замечание. Ответ может быть представлен в форме:

$$\frac{2}{3} \leq x < 1, 1 < x \leq 2.$$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Учтены оба условия, задающие область определения данного выражения, все выкладки выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена ошибка в символической записи ответа; или допущена описка или ошибка вычислительного характера (например, при вычислении корней квадратного трехчлена), и с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно; или при нахождении области определения квадратного корня рассмотрено строгое неравенство, с учетом этого все дальнейшие шаги выполнены верно.
1	Верно найдены промежуток, являющийся областью определения квадратного корня, и нули знаменателя, однако эти два результата не соединены в один.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибки в алгоритме решения квадратного неравенства, в применении формулы корней квадратного уравнения считаются существенными, и решение при их наличии не засчитывается.

19 Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 150, которые не делятся на 3.

//Ответ: 7500.

//Решение. Пусть S — искомая сумма; $S = S_1 - S_2$, где S_1 — сумма всех натуральных чисел, не превосходящих 150, S_2 — сумма всех натуральных чисел, кратных 3 и не превосходящих 150.

$$\text{Найдем } S_1 : S_1 = \frac{1+150}{2} \cdot 150 = 151 \cdot 75.$$

В последовательности (a_n) чисел, кратных 3 и не превосходящих 150, $a_1 = 3, a_n = 150$. Найдем число членов этой последовательности. Так как она задается формулой $a_n = 3n$, то $3n = 150, n = 50$.

$$\text{Теперь найдем } S_2 : S_2 = \frac{3+150}{2} \cdot 50 = 153 \cdot 25.$$

$$\text{Получим: } S = S_1 - S_2 = 151 \cdot 75 - 153 \cdot 25 = 25(453 - 153) = 7500.$$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Найден правильный ход решения, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена одна описка или не принципиальная ошибка вычислительного характера (например, при вычислении S_1 или S_2), с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно.
1	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена ошибка, свидетельствующая о непонимании некоторых содержательных аспектов задания (например, неправильно найдено количество чисел, кратных 3; или суммировались числа, строго меньшие 150, а не меньшие либо равные 150).
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

20 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x-1)(2y+1) = 0 \\ 2y^2 + x - y = 7. \end{cases}$$

//Ответ: (1; 2), (1; -1, 5), (6; -0, 5). Другие возможные формы записи

ответа: $x_1 = 1, y_1 = 2; x_2 = 1, y_2 = -1, 5; x_3 = 6, y_3 = -0, 5$; или $\begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = 2, \end{cases}$

$$\begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = -1, 5, \end{cases} \quad \begin{cases} x_3 = 6 \\ y_3 = -0, 5. \end{cases}$$

//Решение. $\begin{cases} (x-1)(2y+1) = 0 \\ 2y^2 + x - y = 7. \end{cases}$ На основании условия равенства произведения нулю получим:

$$\begin{cases} x-1 = 0 \\ 2y^2 + x - y = 7 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} 2y+1 = 0 \\ 2y^2 + x - y = 7. \end{cases}$$

Решим первую систему. Из первого уравнения имеем: $x = 1$;

подставив это значение x во второе уравнение, получим уравнение $2y^2 - y - 6 = 0$. Его корни: $y_1 = 2, y_2 = -1, 5$. Получили два решения системы уравнений: (1; 2) и (1; -1, 5).

Решим вторую систему. Из первого уравнения имеем: $y = -0, 5$; подставив это значение y во второе уравнение, получим уравнение $0, 5 + x + 0, 5 = 7, x = 6$. Получили еще одно решение системы уравнений: (6; -0, 5).

Таким образом, система имеет три решения: (1; 2), (1; -1, 5), (6; -0, 5).

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно выполнен переход от данной системы к равносильной ей дизъюнкции (совокупности) двух систем, все дальнейшие шаги выполнены верно, получен верный ответ.
3	Ход решения правильный, решение доведено до конца, найденные значения переменных правильно объединены в пары, но допущена одна не принципиальная вычислительная ошибка (например, при нахождении корней квадратного уравнения) или описка, с ее учетом все дальнейшие шаги выполнены верно; или допущены погрешности логического характера в употреблении символики (если она применяется).
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущены два из указанных выше недостатка.
1	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущены ошибки при объединении найденных значений переменных в пары.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Неверное объединение найденных значений переменных в пары считается существенным недостатком, и при его наличии не может быть выставлено более одного балла; если этот недостаток сопровождается каким-либо еще, то решение не засчитывается.

Если имеется более двух вычислительных ошибок или решение не доведено до конца, то оно не засчитывается.

- 21** Найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ пересекает в трех различных точках график функции

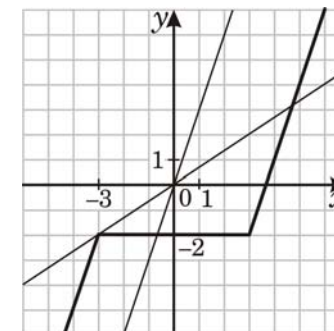
$$y = \begin{cases} 3x + 7, & \text{если } x < -3 \\ -2, & \text{если } -3 \leq x \leq 3 \\ 3x - 11, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

//Ответ: $\frac{2}{3} < k < 3$. Другие возможные формы ответа: $k \in (\frac{2}{3}; 3)$ или $(\frac{2}{3}; 3)$.

//Решение. Построим ломаную, заданную условиями:

$$y = \begin{cases} 3x + 7, & \text{если } x < -3 \\ -2, & \text{если } -3 \leq x \leq 3 \\ 3x - 11, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

Прямая $y = kx$ пересекает в трех различных точках эту ломаную, если ее угловой коэффициент больше углового коэффициента прямой, проходящей через точку $(-3; -2)$, и меньше углового коэффициента прямой, параллельной прямым $y = 3x + 7$ и $y = 3x - 11$.



Найдем угловой коэффициент прямой, проходящей через

точку $(-3; -2)$: $-2 = -3k$, $k = \frac{2}{3}$. Угловой

коэффициент k прямой, параллельной прямой $y = 3x + 7$, равен 3.

Прямая $y = kx$ имеет с ломаной три общие точки при $\frac{2}{3} < k < 3$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно построена ломаная, верно найдено множество значений коэффициента k .
3	Правильно построена ломаная, решение доведено до конца, но вместо $k = \frac{2}{3}$ указано $k = \frac{3}{2}$, или вместо строгого неравенства при записи множества значений k записано нестрогое неравенство.
2	Правильно построена ломаная, получено одно из неравенств ($k > \frac{2}{3}$ или $k < 3$), но вторая граница значений k не указана.
1	Идея решения присутствует, но оно не доведено до конца: а именно, построена ломаная и проведены две граничные прямые или какая-нибудь прямая, пересекающая ломаную в трех точках, дальнейшие шаги отсутствуют.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Если график построен неправильно, или график построен правильно, но дальнейшие шаги отсутствуют, то решение не засчитывается.