

Критерии оценивания заданий с развернутым ответом

При выполнении заданий 17 – 21 используйте отдельный подписанный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

17 Разложите на множители

$$x^2y - xy - x^2 + x.$$

//Ответ: $x(x-1)(y-1)$.

//Решение. $x^2y - xy - x^2 + x = xy(x-1) - x(x-1) = x(x-1)(y-1)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно и до конца (получено три множителя) выполнено разложение на множители.
1	Ход решения верный, не содержит ошибок, но разложение на множители не доведено до конца (выражение представлено в виде произведения двух множителей).
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибка в знаках при группировке слагаемых считается существенной, при ее наличии решение не засчитывается.

18 Найдите область определения выражения

$$\frac{\sqrt{7+4x-3x^2}}{x^2-4}.$$

//Ответ: $\left[-1; 2\right) \cup \left(2; \frac{7}{3}\right]$.

//Решение. Область определения выражения задается условиями

$$\begin{cases} 7+4x-3x^2 \geq 0 \\ x^2-4 \neq 0. \end{cases}$$

Решим неравенство: $7+4x-3x^2 \geq 0$; $3x^2-4x-7 \leq 0$; $x_1 = \frac{7}{3}$, $x_2 = -1$;
 $x \in \left[-1; \frac{7}{3}\right]$;

Из условия $x^2-4 \neq 0$ имеем $x \neq \pm 2$.

Отсюда: $x \in \left[-1; 2\right) \cup \left(2; \frac{7}{3}\right]$.

Замечание. Ответ может быть представлен в форме:

$$-1 \leq x < 2, \quad 2 < x \leq \frac{7}{3}.$$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Учтены оба условия, задающие область определения данного выражения, все выкладки выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена ошибка в символической записи ответа; или допущена описка или ошибка вычислительного характера (например, при вычислении корней квадратного трехчлена), и с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно; или при нахождении области определения квадратного корня рассмотрено строгое неравенство, с учетом этого все дальнейшие шаги выполнены верно.
1	Верно найдены промежуток, являющийся областью определения квадратного корня, и нули знаменателя, однако эти два результата не соединены в один.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибки в алгоритме решения квадратного неравенства, в применении формулы корней квадратного уравнения считаются существенными, и решение при их наличии не засчитывается.

19 Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 100, которые не делятся на 4.

//Ответ: 3750.

//Решение. Пусть S — искомая сумма; $S = S_1 - S_2$, где S_1 — сумма всех натуральных чисел, не превосходящих 100, S_2 — сумма всех натуральных чисел, кратных 4 и не превосходящих 100.

$$\text{Найдем } S_1: S_1 = \frac{1+100}{2} \cdot 100 = 101 \cdot 50.$$

В последовательности (a_n) чисел, кратных 4 и не превосходящих 100, $a_1 = 4$, $a_n = 100$. Найдем число

членов этой последовательности. Так как она задается формулой $a_n = 4n$, то $4n = 100$, $n = 25$.

$$\text{Теперь найдем } S_2: S_2 = \frac{4+100}{2} \cdot 25 = 52 \cdot 25.$$

$$\text{Получим: } S = S_1 - S_2 = 101 \cdot 50 - 52 \cdot 25 = 25(202 - 52) = 3750.$$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Найден правильный ход решения, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена одна описка или не принципиальная ошибка вычислительного характера (например, при вычислении S_1 или S_2), с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно.
1	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена ошибка, свидетельствующая о непонимании некоторых содержательных аспектов задания (например, неправильно найдено количество чисел, кратных 4; или суммировались числа, строго меньшие 100, а не меньшие либо равные 100).
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

20 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x^2 + x + y = 1 \\ (2x + 1)(y + 2) = 0. \end{cases}$$

//Ответ: $(-1, 5; -2)$, $(1; -2)$, $(-0, 5; 1)$. Другие возможные формы записи

ответа: $x_1 = 1, y_1 = -2; x_2 = -1, 5, y_2 = -2; x_3 = -0, 5, y_3 = 1$; или $\begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = -2, \end{cases}$

$$\begin{cases} x_2 = -1, 5 \\ y_2 = -2, \end{cases} \quad \begin{cases} x_3 = -0, 5 \\ y_3 = 1. \end{cases}$$

//Решение. $\begin{cases} (2x + 1)(y + 2) = 0 \\ 2x^2 + x + y = 1. \end{cases}$ На основании условия равенства произведения нулю получим:

$$\begin{cases} 2x + 1 = 0 \\ 2x^2 + x + y = 1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y + 2 = 0 \\ 2x^2 + x + y = 1. \end{cases}$$

Решим первую систему. Из первого уравнения имеем: $x = -0,5$; подставив это значение x во второе уравнение, получим: $y = 1$. Получили первое решение системы уравнений: $(-0,5; 1)$.

Решим вторую систему. Из первого уравнения имеем: $y = -2$; подставив это значение y во второе уравнение, получим уравнение $2x^2 + x - 3 = 0$. Его корни: $x_1 = 1, x_2 = -1,5$. Получим еще два решения системы уравнений: $(1; -2)$ и $(-1,5; -2)$.

Таким образом, система имеет три решения: $(-1, 5; -2)$, $(1; -2)$, $(-0, 5; 1)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно выполнен переход от данной системы к равносильной ей дизъюнкции (совокупности) двух систем, все дальнейшие шаги выполнены верно, получен верный ответ.
3	Ход решения правильный, решение доведено до конца, найденные значения переменных правильно объединены в пары, но допущена одна не принципиальная вычислительная ошибка (например, при нахождении корней квадратного уравнения) или описка, с ее учетом все дальнейшие шаги выполнены верно; или допущены погрешности логического характера в употреблении символики (если она применяется).
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущены два из указанных выше недочета.
1	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущены ошибки при объединении найденных значений переменных в пары.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Неверное объединение найденных значений переменных в пары считается существенным недостатком, и при его наличии не может быть выставлено более одного балла; если этот недостаток сопровождается каким-либо еще, то решение не засчитывается.

Если имеется более двух вычислительных ошибок или решение не доведено до конца, то оно не засчитывается.

21 Найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ пересекает в трех различных точках график функции

$$y = \begin{cases} 3x + 4, & \text{если } x < -1 \\ 1, & \text{если } -1 \leq x \leq 1 \\ 3x - 2, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

//**Ответ:** $1 < k < 3$. Другие возможные формы ответа: $k \in (1; 3)$ или $(1; 3)$.

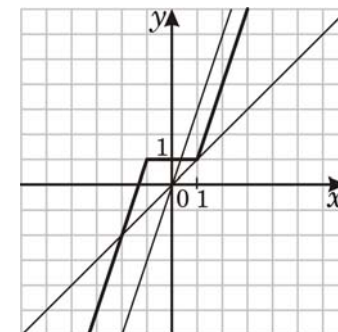
//Решение. Построим ломаную, заданную условиями:

$$y = \begin{cases} 3x + 4, & \text{если } x < -1 \\ 1, & \text{если } -1 \leq x \leq 1 \\ 3x - 2, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

Прямая $y = kx$ пересекает в трех различных точках эту ломаную, если ее угловой коэффициент больше углового коэффициента прямой, проходящей через точку $(1; 1)$, и меньше углового коэффициента прямой, параллельной прямой $y = 3x - 2$.

Найдем угловой коэффициент прямой, проходящей через точку $(1; 1)$, $k = 1$. Угловой коэффициент k прямой, параллельной прямой $y = 3x - 2$, равен 3.

Прямая $y = kx$ имеет с ломаной три общие точки при $1 < k < 3$.



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно построена ломаная, верно найдено множество значений коэффициента k .
3	Правильно построена ломаная, решение доведено до конца, но вместо строгого неравенства при записи множества значений k записано нестрогое неравенство.
2	Правильно построена ломаная, получено одно из неравенств ($k > 1$ или $k < 3$), но вторая граница значений k не указана.
1	Идея решения присутствует, но оно не доведено до конца: а именно, построена ломаная и проведены две граничные прямые или какая-нибудь прямая, пересекающая ломаную в трех точках, дальнейшие шаги отсутствуют.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Если график построен неправильно, или график построен правильно, но дальнейшие шаги отсутствуют, то решение не засчитывается.