



ШИФР

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

Письменная работа

Межрегиональная олимпиада школьников
БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ - БУДУЩЕЕ НАУКИпо МАТЕМАТИКЕ

(наименование общеобразовательного предмета)

Дата проведения 06.03.2016Фамилия И.О. участника Гилутъ Андрей Вадимович

Серия и номер паспорта

2	2	1	3
---	---	---	---

0	3	3	6	3	5
---	---	---	---	---	---

Дата рождения 23.02.1999Класс 11Школа № 3

район

город Саров

Особые отметки (Заполняется представителем оргкомитета)
о добавлении листов, о смене цвета пасты, о нарушении правил поведения и т.д.

Правила поведенияУчастник очного тура олимпиады **обязан:**

- занять место, которое ему указано представителями оргкомитета;
- соблюдать тишину;
- использовать для записей только листы установленного образца;
- работать самостоятельно и не оказывать помощь в выполнении задания другим участникам.

Внимание. Если во время проверки письменных работ, жюри обнаружит идентичный текст (или цитаты с одинаковыми грамматическими, речевыми или смысловыми (фактическими) ошибками) в двух, или более работах, то за эти работы баллы не начисляются.

Участнику олимпиады **запрещается:**

- разговаривать с другими участниками;
- использовать какие-либо справочные материалы (учебные пособия, справочники, словари, записные книжки, в том числе и электронные, и т.д., а также любого вида шпаргалки);
- пользоваться средствами мобильной связи;
- покидать пределы территории, которая установлена организаторами для проведения очного тура олимпиады.

Внимание. За нарушение правил поведения участник удаляется с очного тура олимпиады с выставлением нуля баллов за выполняющуюся работу независимо от числа правильно выполненных заданий. Все виды

шпаргалок изымаются и выдаются по письменному заявлению после истечения времени, предусмотренного на подачу и рассмотрение апелляций по данному предмету.

Оформление работы

Участник аккуратно заполняет титульный лист папки «Письменная работа», ставит дату и подпись (другие записи на папке делать запрещено).

На вложенных листах, как для чистовых, так и для черновых записей, можно писать или синей, или фиолетовой, или черной пастой (чернилами), одинаковой во всей работе (при необходимости смены цвета пасты (чернил), следует обратиться за разрешением к представителю оргкомитета олимпиады).

Задания (или часть задания), выполненные на листах, на которых имеются рисунки или записи, не относящиеся к выполняемому заданию, а также записи не на русском языке, и любые другие пометки, которые могут идентифицировать участника, на проверку не поступают и претензии по этим заданиям (задачам) не принимаются. На проверку не поступают также листы, подписанные участником, листы, на которых имеются записи карандашом (кроме рисунков, необходимых для пояснения сути ответа), и рваные (надорванные) листы. Нельзя делать исправления карандашом.

Внимание! Если в работе ошибки исправлены карандашом, то при шифровке работы карандашные исправления будут стерты и на проверку поступит работа без исправлений.

С правилами поведения на олимпиаде и правилами оформления работы ознакомлен

(подпись участника олимпиады)

$$\frac{x - \sin 5}{\sin 6} < \frac{\sin 5}{x - \sin 6}$$

$$\frac{x - \sin 5}{\sin 6} - \frac{\sin 5}{x - \sin 6} < 0$$

$$\frac{(x - \sin 5)(x - \sin 6) - \sin 5 \sin 6}{(x - \sin 6) \sin 6} < 0$$

$$\frac{3\pi}{2} < 6 < 2\pi$$

$$\sin 6 < 0$$

$$\frac{3\pi}{2} < 5 < 2\pi$$

$$\sin 5 < 0$$

$$\frac{x^2 - x \sin 5 - x \sin 6 + \sin 5 \sin 6 - \sin 5 \sin 6}{x - \sin 6} > 0$$

$$\frac{x(x - \sin 5 - \sin 6)}{x - \sin 6} > 0$$

$$\begin{cases} x < \sin 6 \\ x(x - \sin 5 - \sin 6) < 0 \\ x > \sin 6 \\ x(x - \sin 5 - \sin 6) > 0 \end{cases}$$

$$x < \sin 6, \sin 6 < 0, \text{ значит, } x < 0$$

$$\begin{cases} x < \sin 6 \\ x - \sin 5 - \sin 6 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > \sin 6 \\ \begin{cases} x > 0 \\ x - \sin 5 - \sin 6 > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x < 0 \\ x - \sin 5 - \sin 6 < 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$\sin 5 + \sin 6 < x < \sin 6$$

$$x > \sin 6$$

$$x > 0$$

$$x < \sin 5 + \sin 6$$

$$\begin{cases} \sin 5 + \sin 6 < x < \sin 6 \\ x > 0 \end{cases}$$

$$x > 0, \sin 5 + \sin 6 < x < \sin 6$$

$$\text{Ответ: } (\sin 5 + \sin 6; \sin 6) \cup (0; +\infty)$$

N 2

$$\begin{cases} x^2 - 2x + y^2 = 0 \\ ax + y = ab \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -ax + ab \\ x^2 - 2x + (-ax + ab)^2 = 0 \quad (1) \end{cases}$$

$$(1) \quad x^2 - 2x + a^2x^2 - 2a^2bx + a^2b^2 = 0 \\ (a^2 + 1)x^2 - 2(a^2b + 1)x + a^2b^2 = 0$$

$$\frac{D}{4} = (a^2b + 1)^2 - a^2b^2(a^2 + 1) = a^4b^2 + 2a^2b + 1 - a^4b^2 - a^2b^2 = \\ = 2a^2b - a^2b^2 + 1$$

$$\frac{D}{4} \geq 0, \quad 2a^2b - a^2b^2 + 1 \geq 0$$

$$a^2(2b - b^2) \geq -1$$

П.к. a - любое число, $a^2 \geq 0$, то $2b - b^2 \geq 0$

$$b(b - 2) \leq 0$$

$$0 \leq b \leq 2$$

$$x = \frac{a^2b + 1 \pm a\sqrt{2b - b^2}}{a^2 + 1}$$

$$\begin{cases} 0 \leq b \leq 2 \\ x = \frac{a^2b + 1 \pm a\sqrt{2b - b^2}}{a^2 + 1} \\ y = -ax + ab \end{cases}$$

Ответ: $0 \leq b \leq 2$

165

N 5

Так как в преобразовании $a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n$ отсутствует деление, $a_1 = 1$, $a_2 = \frac{10}{9}$, то можно сказать, что $a_n = \frac{k_n}{9}$, $k_n \in \mathbb{Z}$

Рассмотрим последовательность v_n - остатки от деления чисел k_n на 9
 $v_1 = 0$, $v_2 = 1$, $v_{n+2} = (3v_{n+1} - 2v_n) \bmod 9$

$v: 0, 1, 3, 7, 6, 4, 0, 1, \dots$

Далее последовательность v_n будет повторяться, значит, в ней бесконечное число 0, следовательно, существует бесконечное количество k_n , кратных 9, значит, a_n принимает целые значения для бесконечного множества номеров n

Доказано

155

✓4

$$y^*(x) = \frac{\sqrt{x^2+1} + x - 1}{\sqrt{x^2+1} + x + 1}$$

$$y(x) = \frac{(\sqrt{x^2+1} + x - 1)(\sqrt{x^2+1} - (x+1))}{x^2+1 - (x+1)^2}, \quad x \neq 0$$

$$y(0) = 0$$

$$y(x) = \frac{x^2+1 + (x-1-x-1)\sqrt{x^2+1} - x^2+1}{x^2+1 - x^2 - 2x - 1}$$

$$y(x) = \frac{-2\sqrt{x^2+1} + 2}{-2x}$$

$$y(x) = \frac{\sqrt{x^2+1} - 1}{x}$$

$$y(-x) = \frac{\sqrt{x^2+1} - x - 1}{\sqrt{x^2+1} - x + 1}$$

$$y(-x) = \frac{(\sqrt{x^2+1} - x - 1)(\sqrt{x^2+1} + x - 1)}{x^2+1 - (x-1)^2}, \quad x \neq 0$$

$$y(-0) = 0$$

$$y(-x) = \frac{x^2+1 + (-x-1+x-1)\sqrt{x^2+1} - x^2+1}{x^2+1 - x^2 + 2x - 1}$$

$$y(-x) = \frac{-2\sqrt{x^2+1} + 2}{2x}$$

$$y(x) = -\frac{\sqrt{x^2+1} - 1}{x}$$

$y(-x) = -y(x)$, значит, функция нечётная

$$\delta) D(y): \begin{cases} x^2+1 \geq 0 & (1) \\ \sqrt{x^2+1} + x + 1 \neq 0 & (2) \end{cases}$$

1) $x^2 \geq 0$, значит, $x^2+1 > 0$ при $\forall x \in \mathbb{R}$

$$2) \sqrt{x^2+1} + x + 1 = 0$$

$$\sqrt{x^2+1} = -x-1$$

$$\begin{cases} x^2+1 = x^2+1+2x \\ -x-1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

корней нет

$$D(y) = \mathbb{R}$$

45