



ШИФР

1103

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

Письменная работа

Межрегиональная олимпиада школьников
БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ - БУДУЩЕЕ НАУКИ

по МАТЕМАТИКЕ

(наименование общеобразовательного предмета)

Дата проведения 26.01.2020

Фамилия И.О. участника ПЕЩЕХОНОВА КСЕНИЯ НИКОЛАЕВНА

Серия и номер паспорта

2 2 1 6

5 5 7 2 0 2

Дата рождения 20.05.2002

Класс 11

Школа № 3

район

город САРОВ

Особые отметки (Заполняется представителем оргкомитета)
о добавлении листов, о смене цвета пасты, о нарушении правил поведения и т.д.**Правила поведения**

Участник очного тура олимпиады обязан:

- занять место, которое ему указано представителями оргкомитета;
- соблюдать тишину;
- использовать для записей только листы установленного образца;
- работать самостоятельно и не оказывать помощь в выполнении задания другим участникам.

Внимание. Если во время проверки письменных работ, жюри обнаружит идентичный текст (или цитаты с одинаковыми грамматическими, речевыми или смысловыми (фактическими) ошибками) в двух, или более работах, то за эти работы баллы не начисляются.

Участнику олимпиады запрещается:

- разговаривать с другими участниками;
- использовать какие-либо справочные материалы (учебные пособия, справочники, словари, записные книжки, в том числе и электронные, и т.д., а также любого вида шпаргалки);
- пользоваться средствами мобильной связи;
- покидать пределы территории, которая установлена организаторами для проведения очного тура олимпиады.

Внимание. За нарушение правил поведения участник удаляется с очного тура олимпиады с выставлением нуля баллов за выполняющуюся работу независимо от числа правильно выполненных заданий. Все виды

шпаргалок изымаются и выдаются по письменному заявлению после истечения времени, предусмотренного на подачу и рассмотрение апелляций по данному предмету.

Оформление работы

Участник аккуратно заполняет титульный лист папки «Письменная работа», ставит дату и подпись (другие записи на папке делать запрещено).

На вложенных листах, как для чистовых, так и для черновых записей, можно писать или синей, или фиолетовой, или черной пастой (чернилами), одинаковой во всей работе (при необходимости смены цвета пасты (чернил), следует обратиться за разрешением к представителю оргкомитета олимпиады).

Задания (или часть задания), выполненные на листах, на которых имеются рисунки или записи, не относящиеся к выполняемому заданию, а также записи не на русском языке, и любые другие пометки, которые могут идентифицировать участника, на проверку не поступают и претензии по этим заданиям (задачам) не принимаются. На проверку не поступают также листы, подписанные участником, листы, на которых имеются записи карандашом (кроме рисунков, необходимых для пояснения сути ответа), и рваные (надорванные) листы. Нельзя делать исправления карандашом.

Внимание! Если в работе ошибки исправлены карандашом, то при шифровке работы карандашные исправления будут стерты и на проверку поступит работа без исправлений.

С правилами поведения на олимпиаде и правилами оформления работы ознакомлен

(подпись участника олимпиады)

~11.1

1103

$$x^{10} - 3x^4 + x^2 + 1 = 0$$

$$P(x) = x^{10} - 3x^4 + x^2 + 1$$

$$x = 1$$

P(x)	1	0	0	0	0	0	-3	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	-2	-2	-1	-1	0

$$Q(x) = x^9 + x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^4 - 2x^3 - 2x^2 - x - 1$$

Q(x)	1	1	1	1	1	1	-2	-2	-1	-1	
-1	1	1	0	1	0	1	0	-2	0	-1	0

$$R(x) = x^8 + x^6 + x^4 - 2x^2 - 1$$

R(x)	1	0	1	0	1	0	-2	0	-1
1	1	1	2	2	3	3	1	1	0

$$M(x) = x^7 + x^6 + 2x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 3x^2 + x + 1$$

M(x)	1	1	2	2	3	3	1	1
-1	1	0	2	0	3	0	1	0

$$N(x) = x^6 + 2x^4 + 3x^2 + 1$$

$$x^6 + 2x^4 + 3x^2 + 1 = 0$$

$$x^2(x^4 + 2x^2 + 3) + 1 = 0$$

$$x^2 = t, \quad t \geq 0$$

$$t(t^2 + 2t + 3) + 1 = 0$$

$$t^2 + 2t + 3 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 1 - 3 = -2 < 0, \text{ тогда } t^2 + 2t + 3 > 0 \text{ для } \forall t$$

$$\text{Т.е. } t \geq 0, \text{ то } t(t^2 + 2t + 3) \geq 0 \text{ для } \forall t \text{ и } t(t^2 + 2t + 3) + 1 > 0$$

$$(x^6 + 2x^4 + 3x^2 + 1)(x-1)^2(x+1)^2 = 0$$

$$\begin{cases} x^6 + 2x^4 + 3x^2 + 1 = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } x = 1, x = -1$$

205

Доказано:

~11.2

$$\sin 2 \cos \frac{\alpha}{2} \leq \sin \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right)$$

где берем $\alpha \in [0; \frac{\pi}{2}]$

Доказано:

$$1) \sin \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) = \sin \frac{\pi}{4} \cos \alpha + \sin \alpha \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \alpha + \sin \alpha)$$

$$2) \sin 2 \cos \frac{\alpha}{2} = \sin 2 \cdot \frac{1 + \cos \alpha}{2} \quad \sin 2 \cos \frac{\alpha}{2} = \sin 2 \cdot \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

$$3) \text{ Т.к. } \alpha \in [0; \frac{\pi}{2}] , \text{ то } 0 \leq \sin \alpha \leq 1, 0 \leq \cos \alpha \leq 1$$

4) Докажем, что

$$\sin 2 \cdot \frac{1 + \cos \alpha}{2} \leq \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \alpha + \sin \alpha) , \text{ т.е.}$$

$$\sin 2 (1 + \cos \alpha) \leq \sqrt{2} (\cos \alpha + \sin \alpha)$$

Положим $\sin \alpha = a$ $0 \leq a \leq 1$, $\cos \alpha = b$ $0 \leq b \leq 1$

$$a(1+b) \leq \sqrt{2}(b+a)$$

$$\sqrt{2}(b+a) - a(1+b) \geq 0$$

$$\sqrt{2}b + \sqrt{2}a - a - ab \geq 0$$

$$b(\sqrt{2}-a) + a(\sqrt{2}-1) \geq 0$$

Т.к. $\sqrt{2}-1 \geq 0$, $0 \leq a \leq 1$, то $a(\sqrt{2}-1) \geq 0$

Т.к. $0 \leq a \leq 1$

$$-1 \leq -a \leq 0$$

$$\sqrt{2}-1 \leq \sqrt{2}-a \leq \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2}-1 \geq 0, \text{ то } \sqrt{2}-a \geq 0 \quad \text{и} \quad 0 \leq b \leq 1, \text{ то}$$

$$b(\sqrt{2}-a) \geq 0$$

Тогда $b(\sqrt{2}-a) + a(\sqrt{2}-1) \geq 0$, следовательно,

$$\sin 2 (1 + \cos \alpha) \leq \sqrt{2} (\cos \alpha + \sin \alpha) \quad \text{и}$$

$$\sin 2 \cos \frac{\alpha}{2} \leq \sin \left(\frac{\pi}{4} + \alpha \right) \text{ где берем } \alpha \in [0; \frac{\pi}{2}]$$

2 справился

~11.4

Док-во:

Дано:

$ABCD$ - выпук.
четырехгр.

$O \in AD$

$AO = BO$

$CO = OD$

$\angle BOA = \angle COD$

$AC \cap BD = E$

Доказать:

EO - биссектриса $\angle AED$

Доказательство:

1) $\triangle ABO$ и $\triangle COD$

$$\frac{AO}{OD} = \frac{OB}{CO}, \angle BOA = \angle COD$$

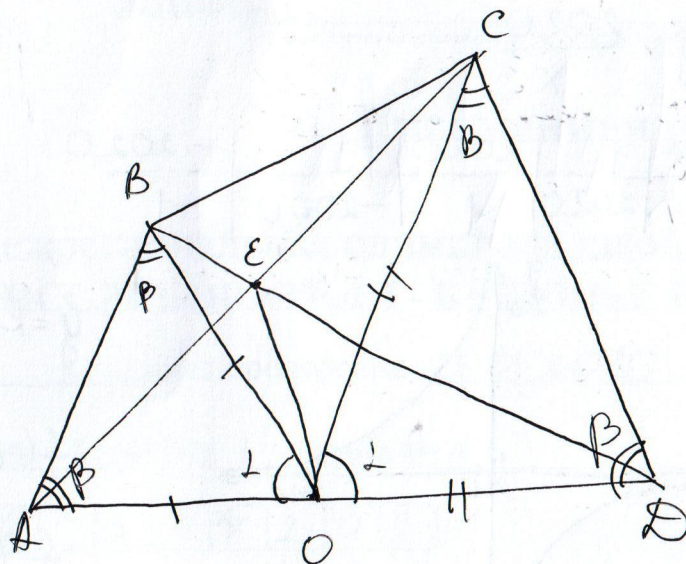
Следует, $\triangle ABO \sim \triangle COD$

2) Т.к. в $\triangle ABO$ $AO = BO$, то $\angle ABO = \angle BAO$

Т.к. в $\triangle COD$ $CO = OD$, то $\angle OCD = \angle ODC$

Т.к. $\triangle ABO \sim \triangle COD$, $\angle BOA = \angle COD$, то

$$\angle OAB = \angle ABO = \angle OCD = \angle CDO$$

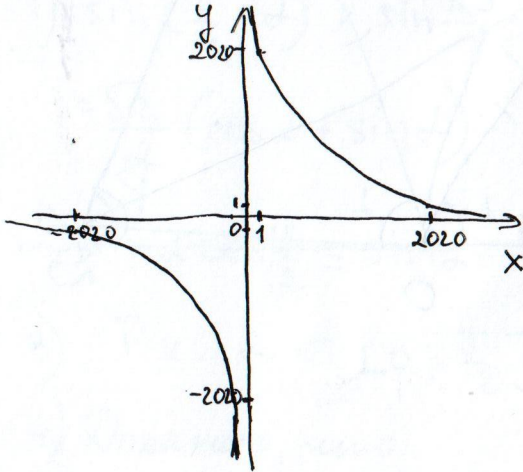


? 48

~11.5

$$y = \frac{2020}{x}$$

x	1	2020	-1	-2020
y	2020	1	-2020	-1



$y = kx + b$ - касательная

$$f(x) = \frac{2020}{x}$$

$$f'(x) = -\frac{2020}{x^2}$$

$$f'(x) = k$$

$$y = -\frac{2020x}{x^2} + b$$

$$y = -\frac{2020}{x} + b$$

85

$$2020 = 2 \cdot 1010 = 2 \cdot 2 \cdot 505 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 101$$

$x=2, x=5, x=101, x=4, x=10, x=202, x=505, x=20, x=404$
 $x=1010$, а также $x=-2, x=-5 \dots$

~~Рассмотрим, как~~
~~Рассмотрим, как~~ ~~при каких условиях, при которых~~
 всего 20 целочисленных координат

Ответ: 20

~11.3

Пусть 1 игрок прочитал все, тогда

2 игрок прочитал: 1 прочитал: 3-14

3 игрок $b: 1, 2$

пр: 4-14

12 и: $b: 4, 2, 3, 4, 5, \dots$ 11 и: 13-14

4 игрок $b: 1, 2, 3$

пр: 5-14

13 и: $b: 1 \dots 12$ и: 14

5 игрок $b: 1, 2, 3, 4$

пр: 6-14

14 и: $b: 1 \dots 13$

6 игрок $b: 1, 2, 3, 4, 5$ пр: 7-14

т.о., последний
 игрок прочитал
 остальные прочт.
 хотя бы одну
 из них.

7 игрок $b: 1, 2, 3, 4, 5, 6$ пр: 8-14

8 и: $b: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ пр: 9-14

9 и: $b: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ пр: 10-14

10 и: $b: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ пр: 11-14

11 и: $b: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ пр: 12-14

4 страницы

45