ШИФР 1104
(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

Письменная работа

Межрегиональная олимпиада школьников
БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ - БУДУЩЕЕ НАУКИ

по МАТЕМАТИКЕ Дата проведения 9.03.15г.
(наименование общеобразовательного предмета)

Фамилия И.О. участника КАЩЕЕВ АНДРЕЙ ДМИТРИЕВИЧ

Серия и номер паспорта | 2 | 2 | 1 | 0 | | 6 | 7 | 4 | 5 | 8 | 9 |

Дата рождения 18.02.1997г. Класс 11

Школа № 15 район ____ город Саров

Особые отметки **(Заполняется представителем оргкомитета)** о добавлении листов, о смене цвета пасты, о нарушении правил поведения и т.д.

Правила поведения

Участник очного тура олимпиады **обязан**:
- занять место, которое ему указано представителями оргкомитета;
- соблюдать тишину;
- использовать для записей только листы установленного образца;
- работать самостоятельно и не оказывать помощь в выполнении задания другим участникам.

Внимание. Если во время проверки письменных работ, жюри обнаружит идентичный текст (или цитаты с одинаковыми грамматическими, речевыми или смысловыми (фактическими) ошибками) в двух, или более работах, то за эти работы баллы не начисляются.

Участнику олимпиады **запрещается**:
- разговаривать с другими участниками;
- использовать какие-либо справочные материалы (учебные пособия, справочники, словари, записные книжки, в том числе и электронные, и т.д., а также любого вида шпаргалки);
- пользоваться средствами мобильной связи;
- покидать пределы территории, которая установлена организаторами для проведения очного тура олимпиады.

Внимание. За нарушение правил поведения участник удаляется с очного тура олимпиады с выставлением нуля баллов за выполнявшуюся работу независимо от числа правильно выполненных заданий. Все виды шпаргалок изымаются и выдаются по письменному заявлению после истечения времени, предусмотренного на подачу и рассмотрение апелляций по данному предмету.

Оформление работы

Участник аккуратно заполняет титульный лист папки «Письменная работа», ставит дату и подпись (**другие записи на папке делать запрещено**).

На вложенных листах, как для чистовых, так и для черновых записей, можно писать или синей, или фиолетовой, или черной пастой (чернилами), одинаковой во всей работе (при необходимости смены цвета пасты (чернил), следует обратиться за разрешением к представителю оргкомитета олимпиады).

Задания (или часть задания), выполненные на листах, на которых имеются рисунки или записи, не относящиеся к выполняемому заданию, а также записи не на русском языке, и любые другие пометки, которые могут идентифицировать участника, на проверку не поступают и претензии по этим заданиям (задачам) не принимаются. На проверку не поступают также листы, подписанные участником, листы, на которых имеются записи карандашом (кроме рисунков, необходимых для пояснения сути ответа), и рваные (надорванные) листы. Нельзя делать исправления карандашом.

Внимание! *Если в работе ошибки исправлены карандашом, то при шифровке работы карандашные исправления будут стерты и на проверку поступит работа без исправлений.*

С правилами поведения на олимпиаде и правилами оформления работы ознакомлен

Кащ
(подпись участника олимпиады

Межрегиональная олимпиада школьников
«Будущие исследователи – будущее науки»

Финальный тур

МАТЕМАТИКА

Шифр 1104

Задача №1	Задача №2	Задача №3	Задача №4	Задача №5	Подписи членов комиссии
10	14	16	12	10	62: [illegible] Грачев В.Я. [illegible]

Итого 62 б

Межрегиональная олимпиада школьников
«Будущие исследователи – будущее науки»

Финальный тур

МАТЕМАТИКА

№1.

$\sqrt{14-x^2}\,(\sin x-\cos 2x)=0$

$\sqrt{14-x^2}\,(\sin x-\cos^2 x+\sin^2 x)=0$

$\sqrt{14-x^2}\,(2\sin^2 x+\sin x-1)=0$

$\sqrt{14-x^2}\,(2\sin x-1)(\sin x+1)=0$

$\left\{\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}14-x^2=0\\ \sin x=\frac{1}{2}\\ \sin x=-1\end{array}\right.\\ -\sqrt{14}\le x\le\sqrt{14}\end{array}\right.$

$x=\pm\sqrt{14}$

$\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+2\pi n\text{, причем } -\sqrt{14}\le\frac{\pi}{6}+2\pi m\le\sqrt{14}\ (2)\\ x=\frac{5\pi}{6}+2\pi n\ (1)\\ x=-\frac{\pi}{2}+2\pi k\text{, причем } -\sqrt{14}\le-\frac{\pi}{2}+2\pi k\le\sqrt{14}\ (3)\end{array}\right.$

1) $\sqrt{14}\approx 3{,}7$

$\left\{\begin{array}{l}-3{,}7\le 2{,}6+2\pi n\le 3{,}7\ (1)\\ -3{,}7\le 0{,}52+2\pi m\le 3{,}7\ (2)\\ -3{,}7\le -1{,}57+2\pi k\le 3{,}7\ (3)\\ n\in Z\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l}-6{,}3\le 2\pi n\le 1{,}1\\ -4{,}22\le 2\pi m\le 3{,}18\\ -2{,}13\le 2\pi k\le 4{,}22\\ n\in Z\end{array}\right.$ $\left\{\begin{array}{l}-6{,}3\le 6{,}28n\le 1{,}1\\ -4{,}22\le 6{,}28m\le 3{,}18\\ -2{,}13\le 6{,}28k\le 4{,}22\\ n\in Z\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}-1\le n\le 0\\ m=0\\ k=0\end{array}\right.$

$x=\pm\sqrt{14}$

$x=\frac{5\pi}{6};\ x=-\frac{7\pi}{6};\ x=\frac{\pi}{6};\ x=-\frac{\pi}{2}$

Ответ: $x=\pm\sqrt{14};\ x=\frac{5\pi}{6};\ x=-\frac{7\pi}{6};\ x=\frac{\pi}{6};\ x=-\frac{\pi}{2}$

20

№2.

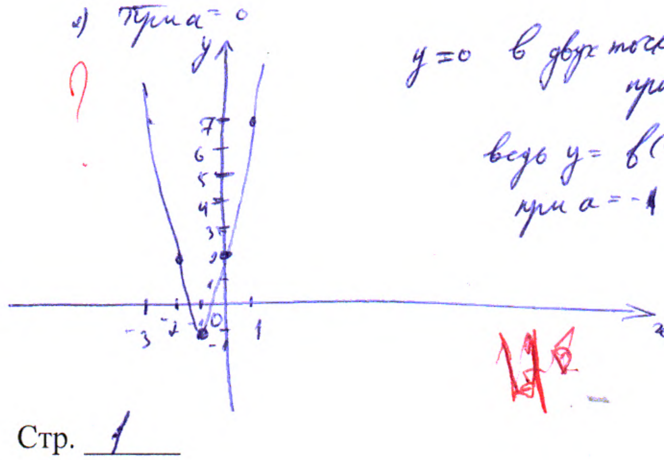
$x^2+2x+2|x+1|=a$

Пусть $y=x^2+2x+2|x+1|-a$

1) $\left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}x\ge-1\\ y=x^2+4x+2-a\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}x<-1\\ y=x^2-2-a\end{array}\right.\end{array}\right.$

?

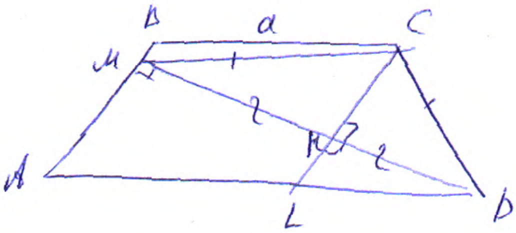
2) При $a=0$



$y=0$ в двух точках при $a>-1$, ведь $y=f(x)-a$, при $a=-1$ $y=0$ в 1 точке

Ответ: $a>-1$

№ 3.



$BC - ?$

Решение.

1) Проведём $CK \perp MD$, тогда в р/б $\triangle MCD$ CK – медиана и биссектриса, след.: $MK = DK$?

2) $CK \perp MD$; $MD \perp AB$, след., $AM \parallel CL$, $AL \parallel BC$ (т.к. $ABCD$ – трапеция), след., $ABCL$ – параллелограмм, тогда $AL = BC = a$

3) В $\triangle AMD$ KL – средняя линия, след., $AL = DL = \frac{d}{2}$ и $AL = BC$, тогда $BC = \frac{d}{2}$

Ответ: $\frac{d}{2}$

1б

№ 4.

Решение:

Пусть a – это число.

1) Тогда $a = 2^n \cdot 3^m \cdot 5^l \cdot \ldots$, где ~~...~~ $n, m, l, \ldots \geq 0$; $2, 3, 5, \ldots$ – простые числа

Количество делителей числа a: $(n+1)(m+1)\cdot(l+1)\cdot\ldots = 55$ (по формуле для количества делителей)

$(n+1)(m+1)\cdot(l+1)\cdot\ldots = 5\cdot 11$, причём т.к. числа $n, m, l \geq 0$, то имеет место равенство

2) $(n+1)(m+1) = 5\cdot 11$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases} n+1=5 \\ m+1=11 \end{cases} \\ \begin{cases} n+1=11 \\ m+1=5 \end{cases}\end{array}\right.$$

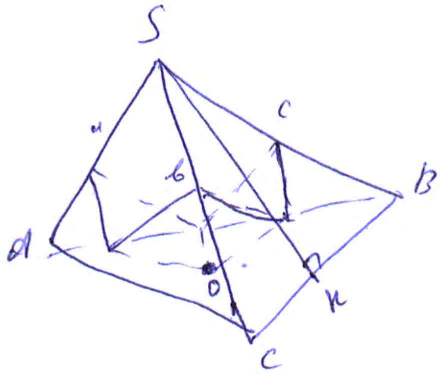
чтобы число a было наименьшим, m и n – это числа „2" и „3", причём „2" должно быть больше „3", тогда n – количество „2", m – количество „3"

$n = 10$; $m = 4$

$a = 2^{10} \cdot 3^4$

Ответ: $2^{10} \cdot 3^4$

2



№11.5.

Решение:

1) Наибольшим объёмом будет обладать куб, у которого грани принадлежат ~~...~~ граням тетраэдра (ведь $SA \perp SC$, $SC \perp SB$ и $SB \perp SA$)

2) Диагональ куба SO совпадает с высотой тетраэдра. Пусть l – сторона куба.

Тогда $SO = \sqrt{l^2 + 2l^2} = l\sqrt{3}$

~~3) Высота тетраэдра $SO =$~~

3) $V_{тетр} = \frac{1}{6} a_1 a_2 d \sin\varphi = \frac{1}{6} BC \cdot AS \cdot d$, где d – расст. от AS до BC. $(\sin\varphi = 1)$

$d = SK$, где $SK \perp BC$; $SK = \frac{bc}{\sqrt{b^2+c^2}}$

$$V_{тетр} = \frac{1}{6}\sqrt{b^2+c^2} \cdot a \cdot \frac{bc}{\sqrt{b^2+c^2}} = \frac{1}{6} abc.$$

4) $V_{тетр} = \frac{1}{3} h \cdot S = \frac{1}{3} h \cdot \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$$h = \frac{\frac{1}{6} abc}{\frac{1}{3}\sqrt{\frac{a+b+c}{2}\left(\frac{a+b+c}{2}-a\right)\left(\frac{a+b+c}{2}-b\right)\left(\frac{a+b+c}{2}-c\right)}} =$$

−10

$$= \frac{abc}{\frac{2}{4}\sqrt{(a+b+c)(b+c-a)(a+c-b)(a+b-c)}} = \frac{2abc}{\sqrt{(a+b+c)(b+c-a)(a+c-b)(a+b-c)}}$$

5) $$l = \frac{SO}{\sqrt{3}} = \frac{2abc\sqrt{3}}{3\sqrt{(a+b+c)(b+c-a)(a+c-b)(a+b-c)}}$$

б) Размеры параллелепипеда наиб. объёма с вершиной S будут такими же, ведь он будет занимать V наиб. в форме куба.

Ответ: $l = \dfrac{2abc\sqrt{3}}{3\sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a)}}$