



ШИФР

1102

(заполняется ответственным секретарем приемной комиссии)

## Письменная работа

### Межрегиональная олимпиада школьников БУДУЩИЕ ИССЛЕДОВАТЕЛИ - БУДУЩЕЕ НАУКИ

по \_\_\_\_\_ Дата проведения \_\_\_\_\_  
(наименование общеобразовательного предмета)Фамилия И.О. участника Каторов Александр СергеевичСерия и номер паспорта 

2	2	1	1
---	---	---	---

7	9	9	2	9	5
---	---	---	---	---	---

Дата рождения 27.09.1997 Класс 11 БШкола № 15 район (г. Саров) город Саров

**Особые отметки** (Заполняется представителем оргкомитета) о добавлении листов, о смене цвета пасты, о нарушении правил поведения и т.д.

*шпаргалок изымаются и выдаются по письменному заявлению после истечения времени, предусмотренного на подачу и рассмотрение апелляций по данному предмету.*

#### Оформление работы

Участник аккуратно заполняет титульный лист папки «Письменная работа», ставит дату и подпись (другие записи на папке делать запрещено).

На вложенных листах, как для чистовых, так и для черновых записей, можно писать или синей, или фиолетовой, или черной пастой (чернилами), одинаковой во всей работе (при необходимости смены цвета пасты (чернил), следует обратиться за разрешением к представителю оргкомитета олимпиады).

Задания (или часть задания), выполненные на листах, на которых имеются рисунки или записи, не относящиеся к выполняемому заданию, а также записи не на русском языке, и любые другие пометки, которые могут идентифицировать участника, на проверку не поступают и претензии по этим заданиям (задачам) не принимаются. На проверку не поступают также листы, подписанные участником, листы, на которых имеются записи карандашом (кроме рисунков, необходимых для пояснения сути ответа), и рваные (надорванные) листы. Нельзя делать исправления карандашом.

**Внимание!** Если в работе ошибки исправлены карандашом, то при шифровке работы карандашные исправления будут стерты и на проверку поступит работа без исправлений.

С правилами поведения на олимпиаде и правилами оформления работы ознакомлен

(подпись участника олимпиады)

#### Правила поведения

Участник очного тура олимпиады обязан:

- занять место, которое ему указано представителями оргкомитета;
- соблюдать тишину;
- использовать для записей только листы установленного образца;
- работать самостоятельно и не оказывать помощь в выполнении задания другим участникам.

**Внимание.** Если во время проверки письменных работ, жюри обнаружит идентичный текст (или цитаты с одинаковыми грамматическими, речевыми или смысловыми (фактическими) ошибками) в двух, или более работах, то за эти работы баллы не начисляются.

Участнику олимпиады запрещается:

- разговаривать с другими участниками;
- использовать какие-либо справочные материалы (учебные пособия, справочники, словари, записные книжки, в том числе и электронные, и т.д., а также любого вида шпаргалки);
- пользоваться средствами мобильной связи;
- покидать пределы территории, которая установлена организаторами для проведения очного тура олимпиады.

**Внимание.** За нарушение правил поведения участник удаляется с очного тура олимпиады с выставлением нуля баллов за выполняющуюся работу независимо от числа правильно выполненных заданий. Все виды

Межрегиональная олимпиада школьников  
«Будущие исследователи – будущее науки»

Финальный тур

МАТЕМАТИКА

Шифр

1102

Задача №1	Задача №2	Задача №3	Задача №4	Задача №5	Подписи членов комиссии
16	16	20	20	0	72, Шуш: Грачев ВФ Шуш Телеескоп-св Уточню 72

№ 18.1.

$$\sqrt{14-x^2} (\sin x - \cos 2x) = 0$$

$$1) 14-x^2 \geq 0; x^2 \leq 14; -\sqrt{14} \leq x \leq \sqrt{14}$$

$$2) \begin{cases} \sqrt{14-x^2} = 0 \\ \sin x - \cos 2x = 0 \end{cases} \begin{cases} x^2 = 14 \\ \sin x = 1 - 2\sin^2 x \end{cases} \begin{cases} x = \pm\sqrt{14} \\ (\sin x + 1)(\sin x - \frac{1}{2}) = 0 \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \pm\sqrt{14} \\ x = \frac{3}{2}\pi + 2\pi k \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m \\ k \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

$$3) \sqrt{14} < 4; \sqrt{14} > 3;$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \pm\sqrt{14} \\ x = \frac{3}{2}\pi + 2\pi k \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi m \\ \cancel{x = \pm\sqrt{14}} \\ x \leq \sqrt{14} \\ x \geq -\sqrt{14} \end{array} \right. \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} ?$$

$$k \in \mathbb{Z}; n \in \mathbb{Z}; m \in \mathbb{Z}$$

$$x = \sqrt{14}; x = -\sqrt{14}; x = -\frac{1}{2}\pi; x = \frac{\pi}{6}; x = \frac{5}{6}\pi; x = -1\frac{1}{6}\pi \text{ (6 корней)}$$

Ответ: уравнение имеет 6 корней

-16

N11.2

$$x^2 + 2x + 2|x+1| = a;$$
$$x^2 + 2x + 2|x+1| - a = 0$$

1)  $x \geq -1$ , тогда

$$x^2 + 4x + (2-a) = 0$$

$$\frac{D}{4} = 4 - (2-a) = 2+a; \frac{D}{4} > 0; a+2 > 0; a > -2, \text{ и } x \geq -1,$$

~~$x = -2 \pm \sqrt{a+2}$~~   
или максимум  $a$ .  
след;  $x = -2 + \sqrt{a+2}$ , и  $-2 + \sqrt{a+2} \geq -1$   
 $a \geq -1$

2)  $x < -1$ , тогда

$$x^2 - (a+2) = 0$$

$$x^2 = a+2$$

$$a+2 \geq 0; a \geq -2; \text{ и } x < -1, \text{ т.е. } x = -\sqrt{a+2}; \text{ и}$$

$$-\sqrt{a+2} < -1; \sqrt{a+2} > 1; a > 1;$$

$$3) -2 + \sqrt{a+2} \neq -\sqrt{a+2}$$

$$\sqrt{a+2} \neq 1; a \neq -1$$

4)  $a > -1$  - при таких  $a$  уравнение

$$x^2 + 2x + 2|x+1| = a \text{ имеет ровно 2 корня}$$

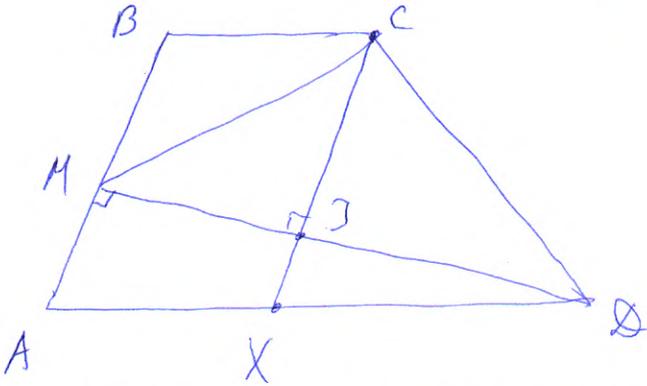
Ответ:  $a > -1$

-16

№11.3

Решение.

Дано:  $ABCD$  — трапеция  
 $M \in AB$ ;  $DM \perp AB$   
 $MC = CD$ ;  $AD = d$   
 Найти:  $BC$



1) Проведем  $CX \parallel AB$ ;  $CX \cap MD = J$ , и  $CX \parallel AB$ , т.е.

$JX \parallel AM$

2)  $CX \parallel AB$ , след;  $\angle BMJ + \angle CJM = 180^\circ$ , и  $\angle BMJ = 90^\circ$  (т.к.  $DM \perp AB$ ),

т.е.  $\angle CJM = 90^\circ$ , и  $CM = CD$ , т.е.  $\triangle CMD$  — р.б., след;

$CJ$  — медиана и высота, след;  $MJ = JD$

3)  $MJ = JD$ ;  $AM \parallel JX$ , т.е.  $JX$  — средняя линия  $\triangle AMD$ ,

след;  $AX = XD$ , и  $AD = d$ , т.е.  $AX = XD = \frac{d}{2}$

4)  $BC \parallel AD$ , т.е.  $BC \parallel AX$  ( $ABCD$  — трапеция), и  $AB \parallel CX$ ,

след;  $ABCX$  — параллелограмм, т.е.  $BC = AX = \frac{d}{2}$

Ответ:  $BC = \frac{d}{2}$

20

№11.4

1) Пусть  $N$  – наименьшее натуральное число, и

$$N = a_1^a \cdot b_1^b \cdot \dots \cdot k_1^k \quad ; \quad \text{где } a_1, b_1, k_1 - \text{ различные простые делители числа } N,$$

тогда, у числа  $N$  натуральных делителей равно

$$(a+1)(b+1) \dots (k+1), \quad \text{и } 55 = 1 \cdot 55 = 5 \cdot 11, \quad \text{т.е.}$$

$$\text{т.е. } \cancel{N = a_1} \quad (a+1)(b+1) \dots (k+1) = 55;$$

$$\text{т.е. } a=54 \quad \text{или} \quad a=10; b=4$$

2) Если  $a=54$ , то  $N = a_1^{54}$ , и  $N$  должно быть наименьшим т.е.  $a_1=2$ ;  $N=2^{54}$ .

Если  $a=10, b=4$ , то  $N = a_1^{10} \cdot b_1^4$ , и  $N$  – наименьшее

$$\text{т.е. } a_1=2; b_1=3, \quad \text{т.е. } N=2^{10} \cdot 3^4 = 1024 \cdot 81;$$

3) и  $1024 \cdot 81 < 2^{10} \cdot 2^{10}$ ; т.е.  $1024 \cdot 81 < 2^{54}$ ; т.е.

$$N = 1024 \cdot 81 = 82944$$

$$\text{Ответ: } N = 82944$$

20.